



Aufgabe : 1

Team : A

Der 2. Februar im Jahr 2000 enthielt nur gerade Ziffern im Datum (2.2.2000). Wann war dies davor das letzte Mal vorgekommen?

La date 2.2.2000 (2 février 2000) a la particularité de n'être constituée que de chiffres pairs. Quand est-ce que ce phénomène s'est-il produit la dernière fois avant cette date.

①

②

③



Aufgabe : 2

Team : A

Gesucht wird eine achtstellige Zahl, die 2 Einsen, 2 Zweien, 2 Dreien und 2 Vieren enthält. Die Einsen in dieser Zahl sind durch eine Zahl voneinander getrennt, die Zweien durch zwei Stellen, die Dreien durch drei und die Vieren durch vier Stellen.

On cherche un nombre à huit chiffres qui contient 2 fois le chiffre 1, 2 fois le chiffre 2, 2 fois le chiffre 3 et 2 fois le chiffre 4. Les 1 sont séparés par un chiffre, les 2 par 2 chiffres, les 3 par 3 chiffres et les 4 par 4 chiffres.

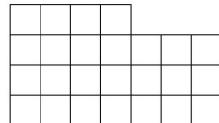
①	
②	
③	



Aufgabe : 3

Team : A

Lisa hat einen Stoff wie im Bild unten. Sie möchte ihrer Katze daraus eine Decke der Grösse  $5 \times 5$  nähen. In wie viele Teile muss Lisa den Stoff dafür mindestens schneiden? (Zwei Stücke mit einem gemeinsamen Punkt sind nicht zusammenhängend).



Lisa a un morceau de tissu comme dans l'image ci-dessus. Elle aimeraient en faire une couverture de taille  $5 \times 5$  pour son chat. En combien de parties doit-elle découper le tissu pour couper le moins possible? (Deux partie qui ont uniquement un point en commun ne tiennent pas ensemble, c'est-à-dire ne forment pas un seul morceau)

①

②

③



Aufgabe : 4

Team : A

Wie viele natürliche Zahlen kleiner als 1'000'000 sind weder eine 2-te, 3-te noch 4-te Potenz. (Eine natürliche Zahl ist eine  $n$ -te Potenz falls sie von der Form  $a^n$  mit einer natürlichen Zahl  $a$  ist.)

Combien de nombre naturels inférieurs à 1'000'000 ne sont pas des 2-ème, 3-ème, ou 4-ème puissances? (On dit qu'un nombre naturel est une  $n$ -ème puissance s'il peut s'écrire  $a^n$  pour un certain naturel  $a$ .)

①

②

③



Aufgabe : 5

Team : A

Finde die kleinste natürliche Zahl  $a$ , für die gilt: Es gibt genau 11 ganze Zahlen  $s$ , für die

$$\frac{a}{75 - |s|}$$

eine natrliche Zahl ist.

Trouver le plus petit nombre naturel  $a$  qui satisfait la propriété suivante: il y a exactement 11 nombres entiers  $s$  tels que

$$\frac{a}{75 - |s|}$$

soit un nombre naturel.

①	
②	
③	



Aufgabe : **6**

Team : **A**

Ludwig soll eine runde Torte mit nur vier geraden Schnitten in möglichst viele Stücke zerschneiden. Die Stücke müssen nicht gleich groß sein. Geschnitten werden darf nur senkrecht. In wieviele Stücke kann man die Torte so maximal zerschneiden?

Ludwig doit couper un gâteau rond avec quatre coups de couteau en le plus possible de parts. Les parts n'ont pas besoin d'être de taille égale. Les coupures se font seulement verticalement. En combien de parts peut-on au maximum découper le gâteau?

①	
②	
③	



Aufgabe : 7

Team : A

Sei  $n$  eine ungerade Zahl, sodass die Summe aller geraden Zahlen zwischen 1 und  $n$  das Produkt von 79 und 80 ergibt. Finde  $n$ .

Soit  $n$  un nombre impair tel que la somme des nombres pairs entre 1 et  $n$  soit égale au produit de 79 et 80. Trouver  $n$ .

①

②

③



Aufgabe : 8

Team : A

Die positiven ganzen Zahlen 30, 72 und  $n$  haben folgende Eigenschaft: Das Produkt von je zwei dieser Zahlen ist durch die dritte teilbar. Finde das kleinste mögliche  $n$  mit dieser Eigenschaft.

Les nombres naturels 30, 72 et  $n$  ont la propriété suivante: le produit de n'importe quel deux parmi les trois nombres est divisible par le troisième. Trouver le plus petit entier naturel  $n$  qui ait cette propriété.

①	
②	
③	



Aufgabe : 9

Team : A

Im Dreieck  $\triangle ABC$  gilt  $\angle CAB = 40^\circ$ ,  $\angle ABC = 20^\circ$  und  $AB - BC = 4$ . Man bestimme die Länge der Winkelhalbierenden des Winkels  $\angle ACB$ .

Dans le triangle  $\triangle ABC$ , on a  $\angle CAB = 40^\circ$ ,  $\angle ABC = 20^\circ$  ainsi que  $AB - BC = 4$ . Déterminer la longueur de la bissectrice de l'angle  $\angle ACB$ .

①

②

③



Aufgabe : 10

Team : A

Berechne die letzten drei Ziffern der Zahl  $7^{2013}$ .

Calculer les trois derniers chiffres du nombre  $7^{2013}$ .

①

②

③



Aufgabe : 11

Team : A

Finde alle reellen Lösungen  $(x, y, z)$  von

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - z(x + y) = 2, \\ y^2 + z^2 - x(y + z) = 4, \\ z^2 + x^2 - y(z + x) = 8. \end{cases} .$$

Trouver toutes les solutions réelles  $(x, y, z)$  de

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - z(x + y) = 2, \\ y^2 + z^2 - x(y + z) = 4, \\ z^2 + x^2 - y(z + x) = 8. \end{cases} .$$

①

②

③



Aufgabe : 12

Team : A

Finde eine Lösung für das folgende System von Kongruenzen:

$$5x \equiv 4 \pmod{3}$$

$$7x \equiv 6 \pmod{5}$$

$$9x \equiv 8 \pmod{7}.$$

Trouver une solution du système suivant

$$5x \equiv 4 \pmod{3}$$

$$7x \equiv 6 \pmod{5}$$

$$9x \equiv 8 \pmod{7}.$$

①

②

③



Aufgabe : 13

Team : A

Bestimme die kleinste Zahl  $x$ , so dass zwei Kugeln mit Radius 1 in ein Würfel mit Seitenlänge  $x$  passen.

Déterminer le plus petit nombre  $x$ , tel que l'on peut placer deux sphères de rayon 1 dans un cube de longueur de côté  $x$ .

①

②

③



Aufgabe : 14

Team : A

Auf wie viele verschiedene Arten kann man die Zahl 2013 als Differenz zweier Quadratzahlen darstellen?

Combien de possibilités y a-t-il pour représenter le nombre 2013 par une différence de deux carrés?

①	
②	
③	



Aufgabe : 15

Team : A

Man bestimme die grösste natürliche Zahl mit verschiedenen Ziffern, die durch jede ihrer Ziffern teilbar ist.

Déterminer le plus grand nombre naturel ayant des chiffres différents qui est divisible par tous ses chiffres.

①

②

③



Aufgabe : 16

Team : A

Finde alle möglichen Reste die eine Primzahl bei Division durch 30 haben kann.

Trouver tous les restes possibles de la division d'un nombre premier par 30.

①

②

③



Aufgabe : 17

Team : A

Finde eine natürliche Zahl, so dass das Produkt aller Teiler dieser Zahl (inklusive 1 und die Zahl selbst) mit genau 2013 Nullen endet?

Trouver un nombre naturel tel que le produit de tous ses diviseurs (y compris 1 et lui-même) se termine par exactement 2013 zéros.

①

②

③



Aufgabe : 18

Team : A

Die Quersumme einer Zahl  $n$  beträgt 100. Die Quersumme der Zahl  $44n$  beträgt 800. Bestimme die Quersumme der Zahl  $3n$ .

La somme des chiffres d'un nombre  $n$  vaut 100. La somme des chiffres de  $44n$  vaut 800. Trouver la somme des chiffres de  $3n$ .

①

②

③



Aufgabe : 19

Team : A

Nehme an, jedes Einheitsquadrat eines  $8 \times 8$  Bretts ist entweder schwarz oder weiss gefärbt, so dass in jedem  $2 \times 2$  Quadrat genau zwei Quadrate weiss und zwei schwarz sind. Wie viele verschiedene solche Färbungen gibt es?

Chaque carré unité d'un carré  $8 \times 8$  est soit noir soit blanc, de telle manière que dans chaque carré  $2 \times 2$ , il y ait exactement deux carrés noirs et deux carrés blancs. Combien de telles colorations existe-t-il?

①

②

③



Aufgabe : 20

Team : A

Finde eine vierstellige Zahl  $n$  mit Ziffern  $a, b, c, d \in \{0, 1, \dots, 9\}$ , wobei die vorderste Ziffer  $a$  nicht 0 ist und

$$n = a^a + b^b + c^c + d^d$$

gilt.

Trouvez un nombre  $n$  à quatre chiffres  $a, b, c, d \in \{0, 1, \dots, 9\}$ , tel que le tout premier chiffre  $a$  n'est pas égal à 0 et que l'équation

$$n = a^a + b^b + c^c + d^d$$

est vérifiée.

①	
②	
③	



Aufgabe : 21

Team : A

Im Dreieck  $\triangle ABC$  schneidet die Winkelhalbierende des Winkels  $\angle ACB$  die Seite  $AB$  im Punkt  $M$  und die Winkelhalbierende des Winkels  $\angle CAB$  schneidet  $CM$  im Punkt  $T$ . Es stellt sich heraus, das  $CM$  und  $AT$  das Dreieck  $\triangle ABC$  in drei gleichschenklige Dreiecke teilen. Man bestimme die Winkel des Dreiecks  $\triangle ABC$ .

Dans le triangle  $\triangle ABC$  la bissectrice de l'angle  $\angle ACB$  coupe le côté  $AB$  en un point  $M$  et la bissectrice de l'angle  $\angle CAB$  coupe  $CM$  en un point  $T$ . Il s'avère que  $CM$  et  $AT$  séparent le triangle  $\triangle ABC$  en trois triangles isocèles. Trouver les angles du triangle  $\triangle ABC$ .

①

②

③



Aufgabe : 22

Team : A

Erfinde eine zehnstellige Zahl ohne Nullen in ihrer Darstellung mit folgender Eigenschaft: Wenn man zu dieser Zahl das Produkt der Ziffern dieser Zahl dazu zählt, bekommt man eine Zahl, bei der das Produkt der Ziffern gleich ist, wie bei der ersten Zahl.

Trouver un nombre à 10 chiffres sans zéros dans sa représentation décimale avec la propriété suivante: Si on ajoute à ce nombre le produit de ses chiffres, on obtient un nombre dont le produit des chiffres est le même que pour le premier nombre.

①	
②	
③	



Aufgabe : 23

Team : A

Acht Fussball Mannschaften spielen ein Turnier, so dass zwei Mannschaften höchsten einmal gegeneinander antreten. Zudem gibt es unter je drei Mannschaften immer zwei, die nicht gegeneinander gespielt haben. Wie viele Spiele wurden höchsten gespielt?

Huit équipes de football jouent dans un tournoi, de telle manière que deux équipes jouent au plus une fois l'une contre l'autre. De plus, parmi chaque trio d'équipes, il y en a toujours deux qui ne jouent pas l'une contre l'autre. Combien de matchs sont joués au maximum?

①

②

③



Aufgabe : **24**

Team : **A**

Welches ist die minimale Anzahl Gewichte, die man braucht, um jedes Gewicht von 1g bis 100g genau abwiegen zu können, wenn man die Gewichte auf beide Seiten einer Balkenwaage legen darf?

Quel est le nombre minimal de poids dont on a besoin pour peser exactement n'importe quel poids entre 1g et 100g, si on peut poser les poids de chaque côté de la balance ?

①

②

③



Aufgabe : 25

Team : A

Zu einer natürlichen Zahl  $n$  schreibt man rechts 3 Ziffern dazu. Die neue Zahl ist die Summe aller natürlichen Zahlen von 1 bis und mit  $n$ . Bestimme  $n$ .

Pour un nombre naturel  $n$ , on rajoute à droite trois chiffres. Le nouveau nombre est la somme de tous les nombres naturels entre 1 et  $n$ . Calculer  $n$ .

①

②

③



Aufgabe : 26

Team : A

Bei einem gleichschenkligen Trapez  $ABCD$  schneiden sich die Diagonalen rechtwinklig. Die beiden parallelen Seiten haben den Abstand 7. Ermittle den Flächeninhalt des Trapezes.

Soit  $ABCD$  un trapèze isocèle dans lequel les diagonales se coupent à angle droit. Les deux côtés parallèles sont à une distance 7 l'un de l'autre. Calculer la surface du trapèze.

①	
②	
③	



Aufgabe : **27**

Team : **A**

Seien  $a, b, c$  drei natürliche Zahlen mit  $1/a + 1/b + 1/c < 1$ . Bestimme den grösstmöglichen Wert von  $1/a + 1/b + 1/c$ .

Soient  $a, b, c$  des nombres naturels avec  $1/a + 1/b + 1/c < 1$ . Calculer la plus grande valeur possible pour  $1/a + 1/b + 1/c$ .

①

②

③



Aufgabe : 28

Team : A

Eine Fabrik besteht aus  $n$  Produktionshallen. Zwischen je zwei Produktionshallen existiert genau ein Förderband. Alle Förderbänder sind so konstruiert, dass sie Güter immer nur in eine Richtung transportieren können. Für welche  $n$  mit  $n > 1$  kann man eine Fabrik so bauen, dass man Güter von jeder Prdouktionshalle in jede andere über höchstens zwei Förderbänder schicken kann?

Une industrie consiste en  $n$  ateliers de production. Entre deux ateliers de production, il existe exactement un tapis roulant. Un tapis roulant transporte toujours la marchandise dans la même direction. Pour quel  $n > 1$  peut-on construire une industrie telle que l'on peut toujours envoyer des marchandises d'un atelier de production à un autre en passant par deux tapis roulants au maximum?

①	
②	
③	



Aufgabe : 29

Team : A

In einem Dreieck  $ABC$  mit  $AB = 2$  sei  $M$  der Mittelpunkt der Seite  $AB$ . Sei  $D$  ein Punkt auf der Strecke  $MC$ , sodass  $MD \cdot MC = 1$  gilt. Wie lange ist die Strecke  $BC$ , wenn  $BC = AD$  gilt?

Dans un triangle  $ABC$  avec  $AB = 2$ , soit  $M$  le point milieu du côté  $AB$ . Soit  $D$  le point sur la droite  $MC$  tel que  $MD \cdot MC = 1$ . Quelle est la longueur de  $BC$  lorsque  $BC = AD$ ?

①

②

③



Aufgabe : 30

Team : A

Finde natürliche Zahlen  $a, b, c$  und  $d$ , sodass das Produkt von je zwei verschiedenen Zahlen plus eins ein Quadrat ist.

Trouver des nombres naturels  $a, b, c$  et  $d$  tels que le produit de deux de ces nombres distincts est égal à un carré moins 1.

①

②

③



Aufgabe : **31**

Team : **A**

Auf dem SMO-Bauernhof kann man Eier entweder im 20er oder im 13er Pack kaufen.  
Was ist die grösste Anzahl Eier die man nicht exakt erwerben kann?

A la ferme OSM, on peut acheter des oeufs par boites de 20 ou de 13 pièces. Quel est le plus grand nombre d'oeufs qu'on ne peut pas acheter exactement?

①

②

③



Aufgabe : **32**

Team : **A**

Die Kanten eines Würfels werden mit den natürlichen Zahlen von 1 bis 12 durchnummieriert. Dann wird für jede Ecke die Summe der drei Zahlen ermittelt, die auf den von ihr ausgehenden Kanten stehen. Ermittle alle natürlichen Zahlen von 1 bis 12 mit folgender Eigenschaft: Ersetzt man nur diese Zahl durch 13, so gibt es eine Nummerierung der Kanten eines Würfels mit diesen zwölf Zahlen derart, dass alle acht Eckensummen gleich gross sind.

Les arrêtes d'un cube sont numérotés avec des nombres naturels de 1 à 12. On calcule alors pour chaque sommet la somme des trois nombres qui sont sur les arrêtes touchant ce sommet. Calculer tous les nombres de 1 à 12 avec la propriété suivante : Si on remplace uniquement ce nombre par 13, on obtient une numérotation des arrêtes du cube telle que les huit sommes calculées aux sommets sont égales.

①	
②	
③	



Aufgabe : 33

Team : A

Man hat 10 Gefässer mit Wasser, die  $1l, 2l, 3l, \dots, 10l$  enthalten. Man darf in einem Zug aus einem Gefäß  $A$  so viel in ein anderes Gefäß  $B$  leeren, wie im Gefäß  $B$  im Moment vorhanden ist. Alle Gefässer sind gross genug für die ganze Menge Wasser. Welches ist die maximale Anzahl Liter Wasser, die man in einem Gefäß sammeln kann?

On considère 10 seaux contenant  $1l, 2l, \dots, 10l$  d'eau respectivement. A chaque tour on a le droit de verser exactement autant d'eau d'un seau  $A$  dans un seau  $B$  que le seau  $B$  contient déjà. Tous les seaux sont assez large pour contenir toute l'eau en jeu. Quel est la quantité maximale d'eau que l'on peut mettre dans un seau?

①

②

③



Aufgabe : **34**

Team : **A**

Fülle eine  $4 \times 4$  Tabelle mit natürlichen Zahlen so aus, dass

1. Die Produkte der Zahlen in einer Zeile für alle Zeilen gleich sind.
2. Die Produkte der Zahlen in einer Spalte für alle Spalten gleich sind.
3. Alle Zahlen verschieden sind.
4. Alle Zahlen kleiner als 100 sind.

Remplir un tableau  $4 \times 4$  avec des nombres naturels de telle façon que

1. Le produit des nombres d'une ligne est le même pour chaque ligne.
2. Le produit des nombres d'une colonne est le même pour chaque colonne.
3. Tous les nombres sont différents.
4. Tous les nombres sont plus petits que 100.

①

②

③



Aufgabe : **35**

Team : A

Wie viele Dreiecke mit Umfang 100 und ganzzahligen Seitenlängen gibt es?

Combien de triangles existe-t-il qui sont de perimètre 100 et dont les longueurs des côtés sont des nombres entiers?

①

②

③



Aufgabe : **36**

Team : **A**

Für welche natürliche Zahlen  $n$  kann man im Term  $\pm 1^2 \pm 2^2 \pm 3^2 \pm \cdots \pm n^2$  die Zeichen + und - so setzen, dass das Ergebnis 0 ist?

Pour quel nombre naturel  $n$  peut-on placer les signes + et - dans le terme  $\pm 1^2 \pm 2^2 \pm 3^2 \pm \cdots \pm n^2$  de tel façon à ce que le résultat soit 0 ?

①

②

③



Aufgabe : **37**

Team : **A**

Wir nennen eine 10-stellige Zahl *interessant*, wenn alle ihre Ziffern verschieden sind und diese Zahl durch 11111 teilbar ist. Wie viele interessante Zahlen gibt es?

On dit qu'un nombre à 10 chiffres est *intéressant* lorsque tous ses chiffres sont différents et que ce nombre est divisible par 11111. Combien y a-t-il de nombres intéressants?

①

②

③



Aufgabe : 38

Team : A

Auf wieviele Arten kann man die Ecken eines Würfels schwarz und weiss färben, sodass es eine Ebene im Raum gibt, welche durch keinen der Ecken des Würfels geht und sodass auf einer Seite der Ebene nur weisse Ecken und auf der anderen nur schwarze Ecken des Würfels liegen?

De combien de manières peut-on colorer les coins d'un dé en noir et en blanc de telle sorte qu'il existe un plan dans l'espace qui ne passe par aucun coin du dé et tel que tous les coins d'un côté du plan son blancs et tous les coins de l'autre côté du plan son noir?

①

②

③



Aufgabe : 39

Team : A

Finde alle Lösungen von  $x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x + 2 = 0$ .

Trouver toutes les solutions de  $x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x + 2 = 0$ .

①

②

③



Aufgabe : 40

Team : A

In wieviele Stücke kann man einen Donut (Torus) mit 3 geraden Schnitten maximal zerteilen?

En combien de morceaux peut-on découper un donut (tore) au maximum en utilisant trois coupes planes?

①

②

③



Aufgabe : **1**

Team : **B**

Der 2. Februar im Jahr 2000 enthielt nur gerade Ziffern im Datum (2.2.2000). Wann war dies davor das letzte Mal vorgekommen?

La date 2.2.2000 (2 février 2000) a la particularité de n'être constituée que de chiffres pairs. Quand est-ce que ce phénomène s'est-il produit la dernière fois avant cette date.

①

②

③



Aufgabe : **2**

Team : **B**

Gesucht wird eine achtstellige Zahl, die 2 Einsen, 2 Zweien, 2 Dreien und 2 Vieren enthält. Die Einsen in dieser Zahl sind durch eine Zahl voneinander getrennt, die Zweien durch zwei Stellen, die Dreien durch drei und die Vieren durch vier Stellen.

On cherche un nombre à huit chiffres qui contient 2 fois le chiffre 1, 2 fois le chiffre 2, 2 fois le chiffre 3 et 2 fois le chiffre 4. Les 1 sont séparés par un chiffre, les 2 par 2 chiffres, les 3 par 3 chiffres et les 4 par 4 chiffres.

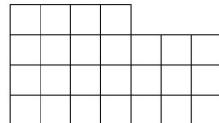
①	
②	
③	



Aufgabe : **3**

Team : **B**

Lisa hat einen Stoff wie im Bild unten. Sie möchte ihrer Katze daraus eine Decke der Grösse  $5 \times 5$  nähen. In wie viele Teile muss Lisa den Stoff dafür mindestens schneiden? (Zwei Stücke mit einem gemeinsamen Punkt sind nicht zusammenhängend).



Lisa a un morceau de tissu comme dans l'image ci-dessus. Elle aimerait en faire une couverture de taille  $5 \times 5$  pour son chat. En combien de parties doit-elle découper le tissu pour couper le moins possible? (Deux partie qui ont uniquement un point en commun ne tiennent pas ensemble, c'est-à-dire ne forment pas un seul morceau)

①

②

③



Aufgabe : 4

Team : B

Wie viele natürliche Zahlen kleiner als 1'000'000 sind weder eine 2-te, 3-te noch 4-te Potenz. (Eine natürliche Zahl ist eine  $n$ -te Potenz falls sie von der Form  $a^n$  mit einer natürlichen Zahl  $a$  ist.)

Combien de nombre naturels inférieurs à 1'000'000 ne sont pas des 2-ème, 3-ème, ou 4-ème puissances? (On dit qu'un nombre naturel est une  $n$ -ème puissance s'il peut s'écrire  $a^n$  pour un certain naturel  $a$ .)

①

②

③



Aufgabe : 5

Team : B

Finde die kleinste natürliche Zahl  $a$ , für die gilt: Es gibt genau 11 ganze Zahlen  $s$ , für die

$$\frac{a}{75 - |s|}$$

eine natrliche Zahl ist.

Trouver le plus petit nombre naturel  $a$  qui satisfait la propriété suivante: il y a exactement 11 nombres entiers  $s$  tels que

$$\frac{a}{75 - |s|}$$

soit un nombre naturel.

①	
②	
③	



Aufgabe : **6**

Team : **B**

Ludwig soll eine runde Torte mit nur vier geraden Schnitten in möglichst viele Stücke zerschneiden. Die Stücke müssen nicht gleich groß sein. Geschnitten werden darf nur senkrecht. In wieviele Stücke kann man die Torte so maximal zerschneiden?

Ludwig doit couper un gâteau rond avec quatre coups de couteau en le plus possible de parts. Les parts n'ont pas besoin d'être de taille égale. Les coupures se font seulement verticalement. En combien de parts peut-on au maximum découper le gâteau?

①	
②	
③	



Aufgabe : 7

Team : B

Sei  $n$  eine ungerade Zahl, sodass die Summe aller geraden Zahlen zwischen 1 und  $n$  das Produkt von 79 und 80 ergibt. Finde  $n$ .

Soit  $n$  un nombre impair tel que la somme des nombres pairs entre 1 et  $n$  soit égale au produit de 79 et 80. Trouver  $n$ .

①

②

③



Aufgabe : 8

Team : B

Die positiven ganzen Zahlen 30, 72 und  $n$  haben folgende Eigenschaft: Das Produkt von je zwei dieser Zahlen ist durch die dritte teilbar. Finde das kleinste mögliche  $n$  mit dieser Eigenschaft.

Les nombres naturels 30, 72 et  $n$  ont la propriété suivante: le produit de n'importe quel deux parmi les trois nombres est divisible par le troisième. Trouver le plus petit entier naturel  $n$  qui ait cette propriété.

①

②

③



Aufgabe : 9

Team : B

Im Dreieck  $\triangle ABC$  gilt  $\angle CAB = 40^\circ$ ,  $\angle ABC = 20^\circ$  und  $AB - BC = 4$ . Man bestimme die Länge der Winkelhalbierenden des Winkels  $\angle ACB$ .

Dans le triangle  $\triangle ABC$ , on a  $\angle CAB = 40^\circ$ ,  $\angle ABC = 20^\circ$  ainsi que  $AB - BC = 4$ . Déterminer la longueur de la bissectrice de l'angle  $\angle ACB$ .

①

②

③



Aufgabe : 10

Team : B

Berechne die letzten drei Ziffern der Zahl  $7^{2013}$ .

Calculer les trois derniers chiffres du nombre  $7^{2013}$ .

①

②

③



Aufgabe : 11

Team : B

Finde alle reellen Lösungen  $(x, y, z)$  von

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - z(x + y) = 2, \\ y^2 + z^2 - x(y + z) = 4, \\ z^2 + x^2 - y(z + x) = 8. \end{cases} .$$

Trouver toutes les solutions réelles  $(x, y, z)$  de

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - z(x + y) = 2, \\ y^2 + z^2 - x(y + z) = 4, \\ z^2 + x^2 - y(z + x) = 8. \end{cases} .$$

①

②

③



Aufgabe : **12**

Team : **B**

Finde eine Lösung für das folgende System von Kongruenzen:

$$5x \equiv 4 \pmod{3}$$

$$7x \equiv 6 \pmod{5}$$

$$9x \equiv 8 \pmod{7}.$$

Trouver une solution du système suivant

$$5x \equiv 4 \pmod{3}$$

$$7x \equiv 6 \pmod{5}$$

$$9x \equiv 8 \pmod{7}.$$

①

②

③



Aufgabe : 13

Team : B

Bestimme die kleinste Zahl  $x$ , so dass zwei Kugeln mit Radius 1 in ein Würfel mit Seitenlänge  $x$  passen.

Déterminer le plus petit nombre  $x$ , tel que l'on peut placer deux sphères de rayon 1 dans un cube de longueur de côté  $x$ .

①

②

③



Aufgabe : **14**

Team : **B**

Auf wie viele verschiedene Arten kann man die Zahl 2013 als Differenz zweier Quadratzahlen darstellen?

Combien de possibilités y a-t-il pour représenter le nombre 2013 par une différence de deux carrés?

①	
②	
③	



Aufgabe : **15**

Team : **B**

Man bestimme die grösste natürliche Zahl mit verschiedenen Ziffern, die durch jede ihrer Ziffern teilbar ist.

Déterminer le plus grand nombre naturel ayant des chiffres différents qui est divisible par tous ses chiffres.

①

②

③



Aufgabe : **16**

Team : **B**

Finde alle möglichen Reste die eine Primzahl bei Division durch 30 haben kann.

Trouver tous les restes possibles de la division d'un nombre premier par 30.

①

②

③



Aufgabe : **17**

Team : **B**

Finde eine natürliche Zahl, so dass das Produkt aller Teiler dieser Zahl (inklusive 1 und die Zahl selbst) mit genau 2013 Nullen endet?

Trouver un nombre naturel tel que le produit de tous ses diviseurs (y compris 1 et lui-même) se termine par exactement 2013 zéros.

①

②

③



Aufgabe : 18

Team : B

Die Quersumme einer Zahl  $n$  beträgt 100. Die Quersumme der Zahl  $44n$  beträgt 800. Bestimme die Quersumme der Zahl  $3n$ .

La somme des chiffres d'un nombre  $n$  vaut 100. La somme des chiffres de  $44n$  vaut 800. Trouver la somme des chiffres de  $3n$ .

①

②

③



Aufgabe : 19

Team : B

Nehme an, jedes Einheitsquadrat eines  $8 \times 8$  Bretts ist entweder schwarz oder weiss gefärbt, so dass in jedem  $2 \times 2$  Quadrat genau zwei Quadrate weiss und zwei schwarz sind. Wie viele verschiedene solche Färbungen gibt es?

Chaque carré unité d'un carré  $8 \times 8$  est soit noir soit blanc, de telle manière que dans chaque carré  $2 \times 2$ , il y ait exactement deux carrés noirs et deux carrés blancs. Combien de telles colorations existe-t-il?

①

②

③



Aufgabe : **20**

Team : **B**

Finde eine vierstellige Zahl  $n$  mit Ziffern  $a, b, c, d \in \{0, 1, \dots, 9\}$ , wobei die vorderste Ziffer  $a$  nicht 0 ist und

$$n = a^a + b^b + c^c + d^d$$

gilt.

Trouvez un nombre  $n$  à quatre chiffres  $a, b, c, d \in \{0, 1, \dots, 9\}$ , tel que le tout premier chiffre  $a$  n'est pas égal à 0 et que l'équation

$$n = a^a + b^b + c^c + d^d$$

est vérifiée.

①	
②	
③	



Aufgabe : **21**

Team : **B**

Im Dreieck  $\triangle ABC$  schneidet die Winkelhalbierende des Winkels  $\angle ACB$  die Seite  $AB$  im Punkt  $M$  und die Winkelhalbierende des Winkels  $\angle CAB$  schneidet  $CM$  im Punkt  $T$ . Es stellt sich heraus, das  $CM$  und  $AT$  das Dreieck  $\triangle ABC$  in drei gleichschenklige Dreiecke teilen. Man bestimme die Winkel des Dreiecks  $\triangle ABC$ .

Dans le triangle  $\triangle ABC$  la bissectrice de l'angle  $\angle ACB$  coupe le côté  $AB$  en un point  $M$  et la bissectrice de l'angle  $\angle CAB$  coupe  $CM$  en un point  $T$ . Il s'avère que  $CM$  et  $AT$  séparent le triangle  $\triangle ABC$  en trois triangles isocèles. Trouver les angles du triangle  $\triangle ABC$ .

①

②

③



Aufgabe : 22

Team : B

Erfinde eine zehnstellige Zahl ohne Nullen in ihrer Darstellung mit folgender Eigenschaft: Wenn man zu dieser Zahl das Produkt der Ziffern dieser Zahl dazu zählt, bekommt man eine Zahl, bei der das Produkt der Ziffern gleich ist, wie bei der ersten Zahl.

Trouver un nombre à 10 chiffres sans zéros dans sa représentation décimale avec la propriété suivante: Si on ajoute à ce nombre le produit de ses chiffres, on obtient un nombre dont le produit des chiffres est le même que pour le premier nombre.

①	
②	
③	



Aufgabe : **23**

Team : **B**

Acht Fussball Mannschaften spielen ein Turnier, so dass zwei Mannschaften höchsten einmal gegeneinander antreten. Zudem gibt es unter je drei Mannschaften immer zwei, die nicht gegeneinander gespielt haben. Wie viele Spiele wurden höchsten gespielt?

Huit équipes de football jouent dans un tournoi, de telle manière que deux équipes jouent au plus une fois l'une contre l'autre. De plus, parmi chaque trio d'équipes, il y en a toujours deux qui ne jouent pas l'une contre l'autre. Combien de matchs sont joués au maximum?

①

②

③



Aufgabe : **24**

Team : **B**

Welches ist die minimale Anzahl Gewichte, die man braucht, um jedes Gewicht von 1g bis 100g genau abwiegen zu können, wenn man die Gewichte auf beide Seiten einer Balkenwaage legen darf?

Quel est le nombre minimal de poids dont on a besoin pour peser exactement n'importe quel poids entre 1g et 100g, si on peut poser les poids de chaque côté de la balance ?

①

②

③



Aufgabe : **25**

Team : **B**

Zu einer natürlichen Zahl  $n$  schreibt man rechts 3 Ziffern dazu. Die neue Zahl ist die Summe aller natürlichen Zahlen von 1 bis und mit  $n$ . Bestimme  $n$ .

Pour un nombre naturel  $n$ , on rajoute à droite trois chiffres. Le nouveau nombre est la somme de tous les nombres naturels entre 1 et  $n$ . Calculer  $n$ .

①

②

③



Aufgabe : **26**

Team : **B**

Bei einem gleichschenkligen Trapez  $ABCD$  schneiden sich die Diagonalen rechtwinklig. Die beiden parallelen Seiten haben den Abstand 7. Ermittle den Flächeninhalt des Trapezes.

Soit  $ABCD$  un trapèze isocèle dans lequel les diagonales se coupent à angle droit. Les deux côtés parallèles sont à une distance 7 l'un de l'autre. Calculer la surface du trapèze.

①	
②	
③	



Aufgabe : **27**

Team : **B**

Seien  $a, b, c$  drei natürliche Zahlen mit  $1/a + 1/b + 1/c < 1$ . Bestimme den grösstmöglichen Wert von  $1/a + 1/b + 1/c$ .

Soient  $a, b, c$  des nombres naturels avec  $1/a + 1/b + 1/c < 1$ . Calculer la plus grande valeur possible pour  $1/a + 1/b + 1/c$ .

①

②

③



Aufgabe : 28

Team : B

Eine Fabrik besteht aus  $n$  Produktionshallen. Zwischen je zwei Produktionshallen existiert genau ein Förderband. Alle Förderbänder sind so konstruiert, dass sie Güter immer nur in eine Richtung transportieren können. Für welche  $n$  mit  $n > 1$  kann man eine Fabrik so bauen, dass man Güter von jeder Prdouktionshalle in jede andere über höchstens zwei Förderbänder schicken kann?

Une industrie consiste en  $n$  ateliers de production. Entre deux ateliers de production, il existe exactement un tapis roulant. Un tapis roulant transporte toujours la marchandise dans la même direction. Pour quel  $n > 1$  peut-on construire une industrie telle que l'on peut toujours envoyer des marchandises d'un atelier de production à un autre en passant par deux tapis roulants au maximum?

①	
②	
③	



Aufgabe : 29

Team : B

In einem Dreieck  $ABC$  mit  $AB = 2$  sei  $M$  der Mittelpunkt der Seite  $AB$ . Sei  $D$  ein Punkt auf der Strecke  $MC$ , sodass  $MD \cdot MC = 1$  gilt. Wie lange ist die Strecke  $BC$ , wenn  $BC = AD$  gilt?

Dans un triangle  $ABC$  avec  $AB = 2$ , soit  $M$  le point milieu du côté  $AB$ . Soit  $D$  le point sur la droite  $MC$  tel que  $MD \cdot MC = 1$ . Quelle est la longueur de  $BC$  lorsque  $BC = AD$ ?

①

②

③



Aufgabe : **30**

Team : **B**

Finde natürliche Zahlen  $a, b, c$  und  $d$ , sodass das Produkt von je zwei verschiedenen Zahlen plus eins ein Quadrat ist.

Trouver des nombres naturels  $a, b, c$  et  $d$  tels que le produit de deux de ces nombres distincts est égal à un carré moins 1.

①

②

③



Aufgabe : **31**

Team : **B**

Auf dem SMO-Bauernhof kann man Eier entweder im 20er oder im 13er Pack kaufen.  
Was ist die grösste Anzahl Eier die man nicht exakt erwerben kann?

A la ferme OSM, on peut acheter des oeufs par boites de 20 ou de 13 pièces. Quel est le plus grand nombre d'oeufs qu'on ne peut pas acheter exactement?

①

②

③



Aufgabe : **32**

Team : **B**

Die Kanten eines Würfels werden mit den natürlichen Zahlen von 1 bis 12 durchnummieriert. Dann wird für jede Ecke die Summe der drei Zahlen ermittelt, die auf den von ihr ausgehenden Kanten stehen. Ermittle alle natürlichen Zahlen von 1 bis 12 mit folgender Eigenschaft: Ersetzt man nur diese Zahl durch 13, so gibt es eine Nummerierung der Kanten eines Würfels mit diesen zwölf Zahlen derart, dass alle acht Eckensummen gleich gross sind.

Les arrêtes d'un cube sont numérotés avec des nombres naturels de 1 à 12. On calcule alors pour chaque sommet la somme des trois nombres qui sont sur les arrêtes touchant ce sommet. Calculer tous les nombres de 1 à 12 avec la propriété suivante : Si on remplace uniquement ce nombre par 13, on obtient une numérotation des arrêtes du cube telle que les huit sommes calculées aux sommets sont égales.

①	
②	
③	



Aufgabe : **33**

Team : **B**

Man hat 10 Gefässer mit Wasser, die  $1l, 2l, 3l, \dots, 10l$  enthalten. Man darf in einem Zug aus einem Gefäß  $A$  so viel in ein anderes Gefäß  $B$  leeren, wie im Gefäß  $B$  im Moment vorhanden ist. Alle Gefässer sind gross genug für die ganze Menge Wasser. Welches ist die maximale Anzahl Liter Wasser, die man in einem Gefäß sammeln kann?

On considère 10 seaux contenant  $1l, 2l, \dots, 10l$  d'eau respectivement. A chaque tour on a le droit de verser exactement autant d'eau d'un seau  $A$  dans un seau  $B$  que le seau  $B$  contient déjà. Tous les seaux sont assez large pour contenir toute l'eau en jeu. Quel est la quantité maximale d'eau que l'on peut mettre dans un seau?

①

②

③



Aufgabe : **34**

Team : **B**

Fülle eine  $4 \times 4$  Tabelle mit natürlichen Zahlen so aus, dass

1. Die Produkte der Zahlen in einer Zeile für alle Zeilen gleich sind.
2. Die Produkte der Zahlen in einer Spalte für alle Spalten gleich sind.
3. Alle Zahlen verschieden sind.
4. Alle Zahlen kleiner als 100 sind.

Remplir un tableau  $4 \times 4$  avec des nombres naturels de telle façon que

1. Le produit des nombres d'une ligne est le même pour chaque ligne.
2. Le produit des nombres d'une colonne est le même pour chaque colonne.
3. Tous les nombres sont différents.
4. Tous les nombres sont plus petits que 100.

①	
②	
③	



Aufgabe : **35**

Team : **B**

Wie viele Dreiecke mit Umfang 100 und ganzzahligen Seitenlängen gibt es?

Combien de triangles existe-t-il qui sont de perimètre 100 et dont les longueurs des côtés sont des nombres entiers?

①

②

③



Aufgabe : **36**

Team : **B**

Für welche natürliche Zahlen  $n$  kann man im Term  $\pm 1^2 \pm 2^2 \pm 3^2 \pm \cdots \pm n^2$  die Zeichen + und - so setzen, dass das Ergebnis 0 ist?

Pour quel nombre naturel  $n$  peut-on placer les signes + et - dans le terme  $\pm 1^2 \pm 2^2 \pm 3^2 \pm \cdots \pm n^2$  de tel façon à ce que le résultat soit 0 ?

①

②

③



Aufgabe : **37**

Team : **B**

Wir nennen eine 10-stellige Zahl *interessant*, wenn alle ihre Ziffern verschieden sind und diese Zahl durch 11111 teilbar ist. Wie viele interessante Zahlen gibt es?

On dit qu'un nombre à 10 chiffres est *intéressant* lorsque tous ses chiffres sont différents et que ce nombre est divisible par 11111. Combien y a-t-il de nombres intéressants?

①

②

③



Aufgabe : **38**

Team : **B**

Auf wieviele Arten kann man die Ecken eines Würfels schwarz und weiss färben, sodass es eine Ebene im Raum gibt, welche durch keinen der Ecken des Würfels geht und sodass auf einer Seite der Ebene nur weisse Ecken und auf der anderen nur schwarze Ecken des Würfels liegen?

De combien de manières peut-on colorer les coins d'un dé en noir et en blanc de telle sorte qu'il existe un plan dans l'espace qui ne passe par aucun coin du dé et tel que tous les coins d'un côté du plan son blancs et tous les coins de l'autre côté du plan son noir?

①

②

③



Aufgabe : **39**

Team : **B**

Finde alle Lösungen von  $x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x + 2 = 0$ .

Trouver toutes les solutions de  $x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x + 2 = 0$ .

①

②

③



Aufgabe : 40

Team : B

In wieviele Stücke kann man einen Donut (Torus) mit 3 geraden Schnitten maximal zerteilen?

En combien de morceaux peut-on découper un donut (tore) au maximum en utilisant trois coupes planes?

①

②

③



Aufgabe : 1

Team : C

Der 2. Februar im Jahr 2000 enthielt nur gerade Ziffern im Datum (2.2.2000). Wann war dies davor das letzte Mal vorgekommen?

La date 2.2.2000 (2 février 2000) a la particularité de n'être constituée que de chiffres pairs. Quand est-ce que ce phénomène s'est-il produit la dernière fois avant cette date.

①

②

③



Aufgabe : **2**

Team : **C**

Gesucht wird eine achtstellige Zahl, die 2 Einsen, 2 Zweien, 2 Dreien und 2 Vieren enthält. Die Einsen in dieser Zahl sind durch eine Zahl voneinander getrennt, die Zweien durch zwei Stellen, die Dreien durch drei und die Vieren durch vier Stellen.

On cherche un nombre à huit chiffres qui contient 2 fois le chiffre 1, 2 fois le chiffre 2, 2 fois le chiffre 3 et 2 fois le chiffre 4. Les 1 sont séparés par un chiffre, les 2 par 2 chiffres, les 3 par 3 chiffres et les 4 par 4 chiffres.

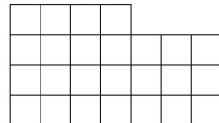
①	
②	
③	



Aufgabe : **3**

Team : **C**

Lisa hat einen Stoff wie im Bild unten. Sie möchte ihrer Katze daraus eine Decke der Grösse  $5 \times 5$  nähen. In wie viele Teile muss Lisa den Stoff dafür mindestens schneiden? (Zwei Stücke mit einem gemeinsamen Punkt sind nicht zusammenhängend).



Lisa a un morceau de tissu comme dans l'image ci-dessus. Elle aimeraient en faire une couverture de taille  $5 \times 5$  pour son chat. En combien de parties doit-elle découper le tissu pour couper le moins possible? (Deux partie qui ont uniquement un point en commun ne tiennent pas ensemble, c'est-à-dire ne forment pas un seul morceau)

①

②

③



Aufgabe : 4

Team : C

Wie viele natürliche Zahlen kleiner als 1'000'000 sind weder eine 2-te, 3-te noch 4-te Potenz. (Eine natürliche Zahl ist eine  $n$ -te Potenz falls sie von der Form  $a^n$  mit einer natürlichen Zahl  $a$  ist.)

Combien de nombre naturels inférieurs à 1'000'000 ne sont pas des 2-ème, 3-ème, ou 4-ème puissances? (On dit qu'un nombre naturel est une  $n$ -ème puissance s'il peut s'écrire  $a^n$  pour un certain naturel  $a$ .)

①

②

③



Aufgabe : 5

Team : C

Finde die kleinste natürliche Zahl  $a$ , für die gilt: Es gibt genau 11 ganze Zahlen  $s$ , für die

$$\frac{a}{75 - |s|}$$

eine natrliche Zahl ist.

Trouver le plus petit nombre naturel  $a$  qui satisfait la propriété suivante: il y a exactement 11 nombres entiers  $s$  tels que

$$\frac{a}{75 - |s|}$$

soit un nombre naturel.

①	
②	
③	



Aufgabe : **6**

Team : **C**

Ludwig soll eine runde Torte mit nur vier geraden Schnitten in möglichst viele Stücke zerschneiden. Die Stücke müssen nicht gleich groß sein. Geschnitten werden darf nur senkrecht. In wieviele Stücke kann man die Torte so maximal zerschneiden?

Ludwig doit couper un gâteau rond avec quatre coups de couteau en le plus possible de parts. Les parts n'ont pas besoin d'être de taille égale. Les coupures se font seulement verticalement. En combien de parts peut-on au maximum découper le gâteau?

①

②

③



Aufgabe : 7

Team : C

Sei  $n$  eine ungerade Zahl, sodass die Summe aller geraden Zahlen zwischen 1 und  $n$  das Produkt von 79 und 80 ergibt. Finde  $n$ .

Soit  $n$  un nombre impair tel que la somme des nombres pairs entre 1 et  $n$  soit égale au produit de 79 et 80. Trouver  $n$ .

①

②

③



Aufgabe : 8

Team : C

Die positiven ganzen Zahlen 30, 72 und  $n$  haben folgende Eigenschaft: Das Produkt von je zwei dieser Zahlen ist durch die dritte teilbar. Finde das kleinste mögliche  $n$  mit dieser Eigenschaft.

Les nombres naturels 30, 72 et  $n$  ont la propriété suivante: le produit de n'importe quel deux parmi les trois nombres est divisible par le troisième. Trouver le plus petit entier naturel  $n$  qui ait cette propriété.

①

②

③



Aufgabe : 9

Team : C

Im Dreieck  $\triangle ABC$  gilt  $\angle CAB = 40^\circ$ ,  $\angle ABC = 20^\circ$  und  $AB - BC = 4$ . Man bestimme die Länge der Winkelhalbierenden des Winkels  $\angle ACB$ .

Dans le triangle  $\triangle ABC$ , on a  $\angle CAB = 40^\circ$ ,  $\angle ABC = 20^\circ$  ainsi que  $AB - BC = 4$ . Déterminer la longueur de la bissectrice de l'angle  $\angle ACB$ .

①

②

③



Aufgabe : 10

Team : C

Berechne die letzten drei Ziffern der Zahl  $7^{2013}$ .

Calculer les trois derniers chiffres du nombre  $7^{2013}$ .

①

②

③



Aufgabe : 11

Team : C

Finde alle reellen Lösungen  $(x, y, z)$  von

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - z(x + y) = 2, \\ y^2 + z^2 - x(y + z) = 4, \\ z^2 + x^2 - y(z + x) = 8. \end{cases} .$$

Trouver toutes les solutions réelles  $(x, y, z)$  de

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - z(x + y) = 2, \\ y^2 + z^2 - x(y + z) = 4, \\ z^2 + x^2 - y(z + x) = 8. \end{cases} .$$

①

②

③



Aufgabe : 12

Team : C

Finde eine Lösung für das folgende System von Kongruenzen:

$$5x \equiv 4 \pmod{3}$$

$$7x \equiv 6 \pmod{5}$$

$$9x \equiv 8 \pmod{7}.$$

Trouver une solution du système suivant

$$5x \equiv 4 \pmod{3}$$

$$7x \equiv 6 \pmod{5}$$

$$9x \equiv 8 \pmod{7}.$$

①

②

③



Aufgabe : 13

Team : C

Bestimme die kleinste Zahl  $x$ , so dass zwei Kugeln mit Radius 1 in ein Würfel mit Seitenlänge  $x$  passen.

Déterminer le plus petit nombre  $x$ , tel que l'on peut placer deux sphères de rayon 1 dans un cube de longueur de côté  $x$ .

①

②

③



Aufgabe : 14

Team : C

Auf wie viele verschiedene Arten kann man die Zahl 2013 als Differenz zweier Quadratzahlen darstellen?

Combien de possibilités y a-t-il pour représenter le nombre 2013 par une différence de deux carrés?

①	
②	
③	



Aufgabe : 15

Team : C

Man bestimme die grösste natürliche Zahl mit verschiedenen Ziffern, die durch jede ihrer Ziffern teilbar ist.

Déterminer le plus grand nombre naturel ayant des chiffres différents qui est divisible par tous ses chiffres.

①

②

③



Aufgabe : **16**

Team : **C**

Finde alle möglichen Reste die eine Primzahl bei Division durch 30 haben kann.

Trouver tous les restes possibles de la division d'un nombre premier par 30.

①

②

③



Aufgabe : 17

Team : C

Finde eine natürliche Zahl, so dass das Produkt aller Teiler dieser Zahl (inklusive 1 und die Zahl selbst) mit genau 2013 Nullen endet?

Trouver un nombre naturel tel que le produit de tous ses diviseurs (y compris 1 et lui-même) se termine par exactement 2013 zéros.

①

②

③



Aufgabe : 18

Team : C

Die Quersumme einer Zahl  $n$  beträgt 100. Die Quersumme der Zahl  $44n$  beträgt 800. Bestimme die Quersumme der Zahl  $3n$ .

La somme des chiffres d'un nombre  $n$  vaut 100. La somme des chiffres de  $44n$  vaut 800. Trouver la somme des chiffres de  $3n$ .

①

②

③



Aufgabe : 19

Team : C

Nehme an, jedes Einheitsquadrat eines  $8 \times 8$  Bretts ist entweder schwarz oder weiss gefärbt, so dass in jedem  $2 \times 2$  Quadrat genau zwei Quadrate weiss und zwei schwarz sind. Wie viele verschiedene solche Färbungen gibt es?

Chaque carré unité d'un carré  $8 \times 8$  est soit noir soit blanc, de telle manière que dans chaque carré  $2 \times 2$ , il y ait exactement deux carrés noirs et deux carrés blancs. Combien de telles colorations existe-t-il?

①	
②	
③	



Aufgabe : **20**

Team : **C**

Finde eine vierstellige Zahl  $n$  mit Ziffern  $a, b, c, d \in \{0, 1, \dots, 9\}$ , wobei die vorderste Ziffer  $a$  nicht 0 ist und

$$n = a^a + b^b + c^c + d^d$$

gilt.

Trouvez un nombre  $n$  à quatre chiffres  $a, b, c, d \in \{0, 1, \dots, 9\}$ , tel que le tout premier chiffre  $a$  n'est pas égal à 0 et que l'équation

$$n = a^a + b^b + c^c + d^d$$

est vérifiée.

①	
②	
③	



Aufgabe : 21

Team : C

Im Dreieck  $\triangle ABC$  schneidet die Winkelhalbierende des Winkels  $\angle ACB$  die Seite  $AB$  im Punkt  $M$  und die Winkelhalbierende des Winkels  $\angle CAB$  schneidet  $CM$  im Punkt  $T$ . Es stellt sich heraus, dass  $CM$  und  $AT$  das Dreieck  $\triangle ABC$  in drei gleichschenklige Dreiecke teilen. Man bestimme die Winkel des Dreiecks  $\triangle ABC$ .

Dans le triangle  $\triangle ABC$  la bissectrice de l'angle  $\angle ACB$  coupe le côté  $AB$  en un point  $M$  et la bissectrice de l'angle  $\angle CAB$  coupe  $CM$  en un point  $T$ . Il s'avère que  $CM$  et  $AT$  séparent le triangle  $\triangle ABC$  en trois triangles isocèles. Trouver les angles du triangle  $\triangle ABC$ .

①

②

③



Aufgabe : 22

Team : C

Erfinde eine zehnstellige Zahl ohne Nullen in ihrer Darstellung mit folgender Eigenschaft: Wenn man zu dieser Zahl das Produkt der Ziffern dieser Zahl dazu zählt, bekommt man eine Zahl, bei der das Produkt der Ziffern gleich ist, wie bei der ersten Zahl.

Trouver un nombre à 10 chiffres sans zéros dans sa représentation décimale avec la propriété suivante: Si on ajoute à ce nombre le produit de ses chiffres, on obtient un nombre dont le produit des chiffres est le même que pour le premier nombre.

①	
②	
③	



Aufgabe : **23**

Team : **C**

Acht Fussball Mannschaften spielen ein Turnier, so dass zwei Mannschaften höchsten einmal gegeneinander antreten. Zudem gibt es unter je drei Mannschaften immer zwei, die nicht gegeneinander gespielt haben. Wie viele Spiele wurden höchsten gespielt?

Huit équipes de football jouent dans un tournoi, de telle manière que deux équipes jouent au plus une fois l'une contre l'autre. De plus, parmi chaque trio d'équipes, il y en a toujours deux qui ne jouent pas l'une contre l'autre. Combien de matchs sont joués au maximum?

①

②

③



Aufgabe : **24**

Team : **C**

Welches ist die minimale Anzahl Gewichte, die man braucht, um jedes Gewicht von 1g bis 100g genau abwiegen zu können, wenn man die Gewichte auf beide Seiten einer Balkenwaage legen darf?

Quel est le nombre minimal de poids dont on a besoin pour peser exactement n'importe quel poids entre 1g et 100g, si on peut poser les poids de chaque côté de la balance ?

①

②

③



Aufgabe : 25

Team : C

Zu einer natürlichen Zahl  $n$  schreibt man rechts 3 Ziffern dazu. Die neue Zahl ist die Summe aller natürlichen Zahlen von 1 bis und mit  $n$ . Bestimme  $n$ .

Pour un nombre naturel  $n$ , on rajoute à droite trois chiffres. Le nouveau nombre est la somme de tous les nombres naturels entre 1 et  $n$ . Calculer  $n$ .

①

②

③



Aufgabe : 26

Team : C

Bei einem gleichschenkligen Trapez  $ABCD$  schneiden sich die Diagonalen rechtwinklig. Die beiden parallelen Seiten haben den Abstand 7. Ermittle den Flächeninhalt des Trapezes.

Soit  $ABCD$  un trapèze isocèle dans lequel les diagonales se coupent à angle droit. Les deux côtés parallèles sont à une distance 7 l'un de l'autre. Calculer la surface du trapèze.

①	
②	
③	



Aufgabe : **27**

Team : **C**

Seien  $a, b, c$  drei natürliche Zahlen mit  $1/a + 1/b + 1/c < 1$ . Bestimme den grösstmöglichen Wert von  $1/a + 1/b + 1/c$ .

Soient  $a, b, c$  des nombres naturels avec  $1/a + 1/b + 1/c < 1$ . Calculer la plus grande valeur possible pour  $1/a + 1/b + 1/c$ .

①	
②	
③	



Aufgabe : 28

Team : C

Eine Fabrik besteht aus  $n$  Produktionshallen. Zwischen je zwei Produktionshallen existiert genau ein Förderband. Alle Förderbänder sind so konstruiert, dass sie Güter immer nur in eine Richtung transportieren können. Für welche  $n$  mit  $n > 1$  kann man eine Fabrik so bauen, dass man Güter von jeder Prdouktionshalle in jede andere über höchstens zwei Förderbänder schicken kann?

Une industrie consiste en  $n$  ateliers de production. Entre deux ateliers de production, il existe exactement un tapis roulant. Un tapis roulant transporte toujours la marchandise dans la même direction. Pour quel  $n > 1$  peut-on construire une industrie telle que l'on peut toujours envoyer des marchandises d'un atelier de production à un autre en passant par deux tapis roulants au maximum?

①	
②	
③	



Aufgabe : 29

Team : C

In einem Dreieck  $ABC$  mit  $AB = 2$  sei  $M$  der Mittelpunkt der Seite  $AB$ . Sei  $D$  ein Punkt auf der Strecke  $MC$ , sodass  $MD \cdot MC = 1$  gilt. Wie lange ist die Strecke  $BC$ , wenn  $BC = AD$  gilt?

Dans un triangle  $ABC$  avec  $AB = 2$ , soit  $M$  le point milieu du côté  $AB$ . Soit  $D$  le point sur la droite  $MC$  tel que  $MD \cdot MC = 1$ . Quelle est la longueur de  $BC$  lorsque  $BC = AD$ ?

①

②

③



Aufgabe : 30

Team : C

Finde natürliche Zahlen  $a, b, c$  und  $d$ , sodass das Produkt von je zwei verschiedenen Zahlen plus eins ein Quadrat ist.

Trouver des nombres naturels  $a, b, c$  et  $d$  tels que le produit de deux de ces nombres distincts est égal à un carré moins 1.

①

②

③



Aufgabe : **31**

Team : **C**

Auf dem SMO-Bauernhof kann man Eier entweder im 20er oder im 13er Pack kaufen.  
Was ist die grösste Anzahl Eier die man nicht exakt erwerben kann?

A la ferme OSM, on peut acheter des oeufs par boites de 20 ou de 13 pièces. Quel est le plus grand nombre d'oeufs qu'on ne peut pas acheter exactement?

①

②

③



Aufgabe : **32**

Team : **C**

Die Kanten eines Würfels werden mit den natürlichen Zahlen von 1 bis 12 durchnummieriert. Dann wird für jede Ecke die Summe der drei Zahlen ermittelt, die auf den von ihr ausgehenden Kanten stehen. Ermittle alle natürlichen Zahlen von 1 bis 12 mit folgender Eigenschaft: Ersetzt man nur diese Zahl durch 13, so gibt es eine Nummerierung der Kanten eines Würfels mit diesen zwölf Zahlen derart, dass alle acht Eckensummen gleich gross sind.

Les arrêtes d'un cube sont numérotés avec des nombres naturels de 1 à 12. On calcule alors pour chaque sommet la somme des trois nombres qui sont sur les arrêtes touchant ce sommet. Calculer tous les nombres de 1 à 12 avec la propriété suivante : Si on remplace uniquement ce nombre par 13, on obtient une numérotation des arrêtes du cube telle que les huit sommes calculées aux sommets sont égales.

①

②

③



Aufgabe : **33**

Team : **C**

Man hat 10 Gefässer mit Wasser, die  $1l, 2l, 3l, \dots, 10l$  enthalten. Man darf in einem Zug aus einem Gefäß  $A$  so viel in ein anderes Gefäß  $B$  leeren, wie im Gefäß  $B$  im Moment vorhanden ist. Alle Gefässer sind gross genug für die ganze Menge Wasser. Welches ist die maximale Anzahl Liter Wasser, die man in einem Gefäß sammeln kann?

On considère 10 seaux contenant  $1l, 2l, \dots, 10l$  d'eau respectivement. A chaque tour on a le droit de verser exactement autant d'eau d'un seau  $A$  dans un seau  $B$  que le seau  $B$  contient déjà. Tous les seaux sont assez large pour contenir toute l'eau en jeu. Quel est la quantité maximale d'eau que l'on peut mettre dans un seau?

①

②

③



Aufgabe : **34**

Team : **C**

Fülle eine  $4 \times 4$  Tabelle mit natürlichen Zahlen so aus, dass

1. Die Produkte der Zahlen in einer Zeile für alle Zeilen gleich sind.
2. Die Produkte der Zahlen in einer Spalte für alle Spalten gleich sind.
3. Alle Zahlen verschieden sind.
4. Alle Zahlen kleiner als 100 sind.

Remplir un tableau  $4 \times 4$  avec des nombres naturels de telle façon que

1. Le produit des nombres d'une ligne est le même pour chaque ligne.
2. Le produit des nombres d'une colonne est le même pour chaque colonne.
3. Tous les nombres sont différents.
4. Tous les nombres sont plus petits que 100.

①	
②	
③	



Aufgabe : **35**

Team : **C**

Wie viele Dreiecke mit Umfang 100 und ganzzahligen Seitenlängen gibt es?

Combien de triangles existe-t-il qui sont de perimètre 100 et dont les longueurs des côtés sont des nombres entiers?

①

②

③



Aufgabe : **36**

Team : **C**

Für welche natürliche Zahlen  $n$  kann man im Term  $\pm 1^2 \pm 2^2 \pm 3^2 \pm \cdots \pm n^2$  die Zeichen + und - so setzen, dass das Ergebnis 0 ist?

Pour quel nombre naturel  $n$  peut-on placer les signes + et - dans le terme  $\pm 1^2 \pm 2^2 \pm 3^2 \pm \cdots \pm n^2$  de tel façon à ce que le résultat soit 0 ?

①

②

③



Aufgabe : **37**

Team : **C**

Wir nennen eine 10-stellige Zahl *interessant*, wenn alle ihre Ziffern verschieden sind und diese Zahl durch 11111 teilbar ist. Wie viele interessante Zahlen gibt es?

On dit qu'un nombre à 10 chiffres est *intéressant* lorsque tous ses chiffres sont différents et que ce nombre est divisible par 11111. Combien y a-t-il de nombres intéressants?

①

②

③



Aufgabe : **38**

Team : **C**

Auf wieviele Arten kann man die Ecken eines Würfels schwarz und weiss färben, sodass es eine Ebene im Raum gibt, welche durch keinen der Ecken des Würfels geht und sodass auf einer Seite der Ebene nur weisse Ecken und auf der anderen nur schwarze Ecken des Würfels liegen?

De combien de manières peut-on colorer les coins d'un dé en noir et en blanc de telle sorte qu'il existe un plan dans l'espace qui ne passe par aucun coin du dé et tel que tous les coins d'un côté du plan son blancs et tous les coins de l'autre côté du plan son noir?

①

②

③



Aufgabe : 39

Team : C

Finde alle Lösungen von  $x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x + 2 = 0$ .

Trouver toutes les solutions de  $x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x + 2 = 0$ .

①

②

③



Aufgabe : 40

Team : C

In wieviele Stücke kann man einen Donut (Torus) mit 3 geraden Schnitten maximal zerteilen?

En combien de morceaux peut-on découper un donut (tore) au maximum en utilisant trois coupes planes?

①

②

③



Aufgabe : 1

Team : D

Der 2. Februar im Jahr 2000 enthielt nur gerade Ziffern im Datum (2.2.2000). Wann war dies davor das letzte Mal vorgekommen?

La date 2.2.2000 (2 février 2000) a la particularité de n'être constituée que de chiffres pairs. Quand est-ce que ce phénomène s'est-il produit la dernière fois avant cette date.

①

②

③



Aufgabe : **2**

Team : **D**

Gesucht wird eine achtstellige Zahl, die 2 Einsen, 2 Zweien, 2 Dreien und 2 Vieren enthält. Die Einsen in dieser Zahl sind durch eine Zahl voneinander getrennt, die Zweien durch zwei Stellen, die Dreien durch drei und die Vieren durch vier Stellen.

On cherche un nombre à huit chiffres qui contient 2 fois le chiffre 1, 2 fois le chiffre 2, 2 fois le chiffre 3 et 2 fois le chiffre 4. Les 1 sont séparés par un chiffre, les 2 par 2 chiffres, les 3 par 3 chiffres et les 4 par 4 chiffres.

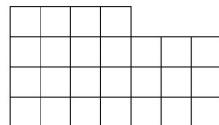
①	
②	
③	



Aufgabe : **3**

Team : **D**

Lisa hat einen Stoff wie im Bild unten. Sie möchte ihrer Katze daraus eine Decke der Grösse  $5 \times 5$  nähen. In wie viele Teile muss Lisa den Stoff dafür mindestens schneiden? (Zwei Stücke mit einem gemeinsamen Punkt sind nicht zusammenhängend).



Lisa a un morceau de tissu comme dans l'image ci-dessus. Elle aimerait en faire une couverture de taille  $5 \times 5$  pour son chat. En combien de parties doit-elle découper le tissu pour couper le moins possible? (Deux partie qui ont uniquement un point en commun ne tiennent pas ensemble, c'est-à-dire ne forment pas un seul morceau)

①

②

③



Aufgabe : 4

Team : D

Wie viele natürliche Zahlen kleiner als 1'000'000 sind weder eine 2-te, 3-te noch 4-te Potenz. (Eine natürliche Zahl ist eine  $n$ -te Potenz falls sie von der Form  $a^n$  mit einer natürlichen Zahl  $a$  ist.)

Combien de nombre naturels inférieurs à 1'000'000 ne sont pas des 2-ème, 3-ème, ou 4-ème puissances? (On dit qu'un nombre naturel est une  $n$ -ème puissance s'il peut s'écrire  $a^n$  pour un certain naturel  $a$ .)

①

②

③



Aufgabe : 5

Team : D

Finde die kleinste natürliche Zahl  $a$ , für die gilt: Es gibt genau 11 ganze Zahlen  $s$ , für die

$$\frac{a}{75 - |s|}$$

eine natrliche Zahl ist.

Trouver le plus petit nombre naturel  $a$  qui satisfait la propriété suivante: il y a exactement 11 nombres entiers  $s$  tels que

$$\frac{a}{75 - |s|}$$

soit un nombre naturel.

①	
②	
③	



Aufgabe : **6**

Team : **D**

Ludwig soll eine runde Torte mit nur vier geraden Schnitten in möglichst viele Stücke zerschneiden. Die Stücke müssen nicht gleich groß sein. Geschnitten werden darf nur senkrecht. In wieviele Stücke kann man die Torte so maximal zerschneiden?

Ludwig doit couper un gâteau rond avec quatre coups de couteau en le plus possible de parts. Les parts n'ont pas besoin d'être de taille égale. Les coupures se font seulement verticalement. En combien de parts peut-on au maximum découper le gâteau?

①	
②	
③	



Aufgabe : 7

Team : D

Sei  $n$  eine ungerade Zahl, sodass die Summe aller geraden Zahlen zwischen 1 und  $n$  das Produkt von 79 und 80 ergibt. Finde  $n$ .

Soit  $n$  un nombre impair tel que la somme des nombres pairs entre 1 et  $n$  soit égale au produit de 79 et 80. Trouver  $n$ .

①

②

③



Aufgabe : 8

Team : D

Die positiven ganzen Zahlen 30, 72 und  $n$  haben folgende Eigenschaft: Das Produkt von je zwei dieser Zahlen ist durch die dritte teilbar. Finde das kleinste mögliche  $n$  mit dieser Eigenschaft.

Les nombres naturels 30, 72 et  $n$  ont la propriété suivante: le produit de n'importe quel deux parmi les trois nombres est divisible par le troisième. Trouver le plus petit entier naturel  $n$  qui ait cette propriété.

①

②

③



Aufgabe : 9

Team : D

Im Dreieck  $\triangle ABC$  gilt  $\angle CAB = 40^\circ$ ,  $\angle ABC = 20^\circ$  und  $AB - BC = 4$ . Man bestimme die Länge der Winkelhalbierenden des Winkels  $\angle ACB$ .

Dans le triangle  $\triangle ABC$ , on a  $\angle CAB = 40^\circ$ ,  $\angle ABC = 20^\circ$  ainsi que  $AB - BC = 4$ . Déterminer la longueur de la bissectrice de l'angle  $\angle ACB$ .

①

②

③



Aufgabe : 10

Team : D

Berechne die letzten drei Ziffern der Zahl  $7^{2013}$ .

Calculer les trois derniers chiffres du nombre  $7^{2013}$ .

①

②

③



Aufgabe : 11

Team : D

Finde alle reellen Lösungen  $(x, y, z)$  von

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - z(x + y) = 2, \\ y^2 + z^2 - x(y + z) = 4, \\ z^2 + x^2 - y(z + x) = 8. \end{cases} .$$

Trouver toutes les solutions réelles  $(x, y, z)$  de

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - z(x + y) = 2, \\ y^2 + z^2 - x(y + z) = 4, \\ z^2 + x^2 - y(z + x) = 8. \end{cases} .$$

①

②

③



Aufgabe : 12

Team : D

Finde eine Lösung für das folgende System von Kongruenzen:

$$5x \equiv 4 \pmod{3}$$

$$7x \equiv 6 \pmod{5}$$

$$9x \equiv 8 \pmod{7}.$$

Trouver une solution du système suivant

$$5x \equiv 4 \pmod{3}$$

$$7x \equiv 6 \pmod{5}$$

$$9x \equiv 8 \pmod{7}.$$

①

②

③



Aufgabe : 13

Team : D

Bestimme die kleinste Zahl  $x$ , so dass zwei Kugeln mit Radius 1 in ein Würfel mit Seitenlänge  $x$  passen.

Déterminer le plus petit nombre  $x$ , tel que l'on peut placer deux sphères de rayon 1 dans un cube de longueur de côté  $x$ .

①

②

③



Aufgabe : 14

Team : D

Auf wie viele verschiedene Arten kann man die Zahl 2013 als Differenz zweier Quadratzahlen darstellen?

Combien de possibilités y a-t-il pour représenter le nombre 2013 par une différence de deux carrés?

①	
②	
③	



Aufgabe : 15

Team : D

Man bestimme die grösste natürliche Zahl mit verschiedenen Ziffern, die durch jede ihrer Ziffern teilbar ist.

Déterminer le plus grand nombre naturel ayant des chiffres différents qui est divisible par tous ses chiffres.

①

②

③



Aufgabe : **16**

Team : **D**

Finde alle möglichen Reste die eine Primzahl bei Division durch 30 haben kann.

Trouver tous les restes possibles de la division d'un nombre premier par 30.

①

②

③



Aufgabe : 17

Team : D

Finde eine natürliche Zahl, so dass das Produkt aller Teiler dieser Zahl (inklusive 1 und die Zahl selbst) mit genau 2013 Nullen endet?

Trouver un nombre naturel tel que le produit de tous ses diviseurs (y compris 1 et lui-même) se termine par exactement 2013 zéros.

①

②

③



Aufgabe : 18

Team : D

Die Quersumme einer Zahl  $n$  beträgt 100. Die Quersumme der Zahl  $44n$  beträgt 800. Bestimme die Quersumme der Zahl  $3n$ .

La somme des chiffres d'un nombre  $n$  vaut 100. La somme des chiffres de  $44n$  vaut 800. Trouver la somme des chiffres de  $3n$ .

①

②

③



Aufgabe : 19

Team : D

Nehme an, jedes Einheitsquadrat eines  $8 \times 8$  Bretts ist entweder schwarz oder weiss gefärbt, so dass in jedem  $2 \times 2$  Quadrat genau zwei Quadrate weiss und zwei schwarz sind. Wie viele verschiedene solche Färbungen gibt es?

Chaque carré unité d'un carré  $8 \times 8$  est soit noir soit blanc, de telle manière que dans chaque carré  $2 \times 2$ , il y ait exactement deux carrés noirs et deux carrés blancs. Combien de telles colorations existe-t-il?

①

②

③



Aufgabe : 20

Team : D

Finde eine vierstellige Zahl  $n$  mit Ziffern  $a, b, c, d \in \{0, 1, \dots, 9\}$ , wobei die vorderste Ziffer  $a$  nicht 0 ist und

$$n = a^a + b^b + c^c + d^d$$

gilt.

Trouvez un nombre  $n$  à quatre chiffres  $a, b, c, d \in \{0, 1, \dots, 9\}$ , tel que le tout premier chiffre  $a$  n'est pas égal à 0 et que l'équation

$$n = a^a + b^b + c^c + d^d$$

est vérifiée.

①	
②	
③	



Aufgabe : 21

Team : D

Im Dreieck  $\triangle ABC$  schneidet die Winkelhalbierende des Winkels  $\angle ACB$  die Seite  $AB$  im Punkt  $M$  und die Winkelhalbierende des Winkels  $\angle CAB$  schneidet  $CM$  im Punkt  $T$ . Es stellt sich heraus, das  $CM$  und  $AT$  das Dreieck  $\triangle ABC$  in drei gleichschenklige Dreiecke teilen. Man bestimme die Winkel des Dreiecks  $\triangle ABC$ .

Dans le triangle  $\triangle ABC$  la bissectrice de l'angle  $\angle ACB$  coupe le côté  $AB$  en un point  $M$  et la bissectrice de l'angle  $\angle CAB$  coupe  $CM$  en un point  $T$ . Il s'avère que  $CM$  et  $AT$  séparent le triangle  $\triangle ABC$  en trois triangles isocèles. Trouver les angles du triangle  $\triangle ABC$ .

①

②

③



Aufgabe : 22

Team : D

Erfinde eine zehnstellige Zahl ohne Nullen in ihrer Darstellung mit folgender Eigenschaft: Wenn man zu dieser Zahl das Produkt der Ziffern dieser Zahl dazu zählt, bekommt man eine Zahl, bei der das Produkt der Ziffern gleich ist, wie bei der ersten Zahl.

Trouver un nombre à 10 chiffres sans zéros dans sa représentation décimale avec la propriété suivante: Si on ajoute à ce nombre le produit de ses chiffres, on obtient un nombre dont le produit des chiffres est le même que pour le premier nombre.

①	
②	
③	



Aufgabe : **23**

Team : **D**

Acht Fussball Mannschaften spielen ein Turnier, so dass zwei Mannschaften höchsten einmal gegeneinander antreten. Zudem gibt es unter je drei Mannschaften immer zwei, die nicht gegeneinander gespielt haben. Wie viele Spiele wurden höchsten gespielt?

Huit équipes de football jouent dans un tournoi, de telle manière que deux équipes jouent au plus une fois l'une contre l'autre. De plus, parmi chaque trio d'équipes, il y en a toujours deux qui ne jouent pas l'une contre l'autre. Combien de matchs sont joués au maximum?

①

②

③



Aufgabe : **24**

Team : **D**

Welches ist die minimale Anzahl Gewichte, die man braucht, um jedes Gewicht von 1g bis 100g genau abwiegen zu können, wenn man die Gewichte auf beide Seiten einer Balkenwaage legen darf?

Quel est le nombre minimal de poids dont on a besoin pour peser exactement n'importe quel poids entre 1g et 100g, si on peut poser les poids de chaque côté de la balance ?

①

②

③



Aufgabe : 25

Team : D

Zu einer natürlichen Zahl  $n$  schreibt man rechts 3 Ziffern dazu. Die neue Zahl ist die Summe aller natürlichen Zahlen von 1 bis und mit  $n$ . Bestimme  $n$ .

Pour un nombre naturel  $n$ , on rajoute à droite trois chiffres. Le nouveau nombre est la somme de tous les nombres naturels entre 1 et  $n$ . Calculer  $n$ .

①

②

③



Aufgabe : 26

Team : D

Bei einem gleichschenkligen Trapez  $ABCD$  schneiden sich die Diagonalen rechtwinklig. Die beiden parallelen Seiten haben den Abstand 7. Ermittle den Flächeninhalt des Trapezes.

Soit  $ABCD$  un trapèze isocèle dans lequel les diagonales se coupent à angle droit. Les deux côtés parallèles sont à une distance 7 l'un de l'autre. Calculer la surface du trapèze.

①	
②	
③	



Aufgabe : **27**

Team : **D**

Seien  $a, b, c$  drei natürliche Zahlen mit  $1/a + 1/b + 1/c < 1$ . Bestimme den grösstmöglichen Wert von  $1/a + 1/b + 1/c$ .

Soient  $a, b, c$  des nombres naturels avec  $1/a + 1/b + 1/c < 1$ . Calculer la plus grande valeur possible pour  $1/a + 1/b + 1/c$ .

①

②

③



Aufgabe : 28

Team : D

Eine Fabrik besteht aus  $n$  Produktionshallen. Zwischen je zwei Produktionshallen existiert genau ein Förderband. Alle Förderbänder sind so konstruiert, dass sie Güter immer nur in eine Richtung transportieren können. Für welche  $n$  mit  $n > 1$  kann man eine Fabrik so bauen, dass man Güter von jeder Prdouktionshalle in jede andere über höchstens zwei Förderbänder schicken kann?

Une industrie consiste en  $n$  ateliers de production. Entre deux ateliers de production, il existe exactement un tapis roulant. Un tapis roulant transporte toujours la marchandise dans la même direction. Pour quel  $n > 1$  peut-on construire une industrie telle que l'on peut toujours envoyer des marchandises d'un atelier de production à un autre en passant par deux tapis roulants au maximum?

①	
②	
③	



Aufgabe : 29

Team : D

In einem Dreieck  $ABC$  mit  $AB = 2$  sei  $M$  der Mittelpunkt der Seite  $AB$ . Sei  $D$  ein Punkt auf der Strecke  $MC$ , sodass  $MD \cdot MC = 1$  gilt. Wie lange ist die Strecke  $BC$ , wenn  $BC = AD$  gilt?

Dans un triangle  $ABC$  avec  $AB = 2$ , soit  $M$  le point milieu du côté  $AB$ . Soit  $D$  le point sur la droite  $MC$  tel que  $MD \cdot MC = 1$ . Quelle est la longueur de  $BC$  lorsque  $BC = AD$ ?

①

②

③



Aufgabe : 30

Team : D

Finde natürliche Zahlen  $a, b, c$  und  $d$ , sodass das Produkt von je zwei verschiedenen Zahlen plus eins ein Quadrat ist.

Trouver des nombres naturels  $a, b, c$  et  $d$  tels que le produit de deux de ces nombres distincts est égal à un carré moins 1.

①

②

③



Aufgabe : **31**

Team : **D**

Auf dem SMO-Bauernhof kann man Eier entweder im 20er oder im 13er Pack kaufen.  
Was ist die grösste Anzahl Eier die man nicht exakt erwerben kann?

A la ferme OSM, on peut acheter des oeufs par boites de 20 ou de 13 pièces. Quel est le plus grand nombre d'oeufs qu'on ne peut pas acheter exactement?

①

②

③



Aufgabe : **32**

Team : **D**

Die Kanten eines Würfels werden mit den natürlichen Zahlen von 1 bis 12 durchnummieriert. Dann wird für jede Ecke die Summe der drei Zahlen ermittelt, die auf den von ihr ausgehenden Kanten stehen. Ermittle alle natürlichen Zahlen von 1 bis 12 mit folgender Eigenschaft: Ersetzt man nur diese Zahl durch 13, so gibt es eine Nummerierung der Kanten eines Würfels mit diesen zwölf Zahlen derart, dass alle acht Eckensummen gleich gross sind.

Les arrêtes d'un cube sont numérotés avec des nombres naturels de 1 à 12. On calcule alors pour chaque sommet la somme des trois nombres qui sont sur les arrêtes touchant ce sommet. Calculer tous les nombres de 1 à 12 avec la propriété suivante : Si on remplace uniquement ce nombre par 13, on obtient une numérotation des arrêtes du cube telle que les huit sommes calculées aux sommets sont égales.

①

②

③



Aufgabe : **33**

Team : **D**

Man hat 10 Gefässer mit Wasser, die  $1l, 2l, 3l, \dots, 10l$  enthalten. Man darf in einem Zug aus einem Gefäß  $A$  so viel in ein anderes Gefäß  $B$  leeren, wie im Gefäß  $B$  im Moment vorhanden ist. Alle Gefässer sind gross genug für die ganze Menge Wasser. Welches ist die maximale Anzahl Liter Wasser, die man in einem Gefäß sammeln kann?

On considère 10 seaux contenant  $1l, 2l, \dots, 10l$  d'eau respectivement. A chaque tour on a le droit de verser exactement autant d'eau d'un seau  $A$  dans un seau  $B$  que le seau  $B$  contient déjà. Tous les seaux sont assez large pour contenir toute l'eau en jeu. Quel est la quantité maximale d'eau que l'on peut mettre dans un seau?

①

②

③



Aufgabe : **34**

Team : **D**

Fülle eine  $4 \times 4$  Tabelle mit natürlichen Zahlen so aus, dass

1. Die Produkte der Zahlen in einer Zeile für alle Zeilen gleich sind.
2. Die Produkte der Zahlen in einer Spalte für alle Spalten gleich sind.
3. Alle Zahlen verschieden sind.
4. Alle Zahlen kleiner als 100 sind.

Remplir un tableau  $4 \times 4$  avec des nombres naturels de telle façon que

1. Le produit des nombres d'une ligne est le même pour chaque ligne.
2. Le produit des nombres d'une colonne est le même pour chaque colonne.
3. Tous les nombres sont différents.
4. Tous les nombres sont plus petits que 100.

①	
②	
③	



Aufgabe : **35**

Team : **D**

Wie viele Dreiecke mit Umfang 100 und ganzzahligen Seitenlängen gibt es?

Combien de triangles existe-t-il qui sont de perimètre 100 et dont les longueurs des côtés sont des nombres entiers?

①

②

③



Aufgabe : **36**

Team : **D**

Für welche natürliche Zahlen  $n$  kann man im Term  $\pm 1^2 \pm 2^2 \pm 3^2 \pm \cdots \pm n^2$  die Zeichen + und - so setzen, dass das Ergebnis 0 ist?

Pour quel nombre naturel  $n$  peut-on placer les signes + et - dans le terme  $\pm 1^2 \pm 2^2 \pm 3^2 \pm \cdots \pm n^2$  de tel façon à ce que le résultat soit 0 ?

①

②

③



Aufgabe : **37**

Team : **D**

Wir nennen eine 10-stellige Zahl *interessant*, wenn alle ihre Ziffern verschieden sind und diese Zahl durch 11111 teilbar ist. Wie viele interessante Zahlen gibt es?

On dit qu'un nombre à 10 chiffres est *intéressant* lorsque tous ses chiffres sont différents et que ce nombre est divisible par 11111. Combien y a-t-il de nombres intéressants?

①

②

③



Aufgabe : **38**

Team : **D**

Auf wieviele Arten kann man die Ecken eines Würfels schwarz und weiss färben, sodass es eine Ebene im Raum gibt, welche durch keinen der Ecken des Würfels geht und sodass auf einer Seite der Ebene nur weisse Ecken und auf der anderen nur schwarze Ecken des Würfels liegen?

De combien de manières peut-on colorer les coins d'un dé en noir et en blanc de telle sorte qu'il existe un plan dans l'espace qui ne passe par aucun coin du dé et tel que tous les coins d'un côté du plan son blancs et tous les coins de l'autre côté du plan son noir?

①

②

③



Aufgabe : 39

Team : D

Finde alle Lösungen von  $x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x + 2 = 0$ .

Trouver toutes les solutions de  $x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x + 2 = 0$ .

①

②

③



Aufgabe : 40

Team : D

In wieviele Stücke kann man einen Donut (Torus) mit 3 geraden Schnitten maximal zerteilen?

En combien de morceaux peut-on découper un donut (tore) au maximum en utilisant trois coupes planes?

①

②

③



Aufgabe : **1**

Team : **E**

Der 2. Februar im Jahr 2000 enthielt nur gerade Ziffern im Datum (2.2.2000). Wann war dies davor das letzte Mal vorgekommen?

La date 2.2.2000 (2 février 2000) a la particularité de n'être constituée que de chiffres pairs. Quand est-ce que ce phénomène s'est-il produit la dernière fois avant cette date.

①

②

③



Aufgabe : **2**

Team : **E**

Gesucht wird eine achtstellige Zahl, die 2 Einsen, 2 Zweien, 2 Dreien und 2 Vieren enthält. Die Einsen in dieser Zahl sind durch eine Zahl voneinander getrennt, die Zweien durch zwei Stellen, die Dreien durch drei und die Vieren durch vier Stellen.

On cherche un nombre à huit chiffres qui contient 2 fois le chiffre 1, 2 fois le chiffre 2, 2 fois le chiffre 3 et 2 fois le chiffre 4. Les 1 sont séparés par un chiffre, les 2 par 2 chiffres, les 3 par 3 chiffres et les 4 par 4 chiffres.

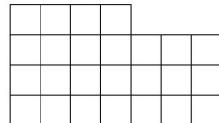
①	
②	
③	



Aufgabe : **3**

Team : **E**

Lisa hat einen Stoff wie im Bild unten. Sie möchte ihrer Katze daraus eine Decke der Grösse  $5 \times 5$  nähen. In wie viele Teile muss Lisa den Stoff dafür mindestens schneiden? (Zwei Stücke mit einem gemeinsamen Punkt sind nicht zusammenhängend).



Lisa a un morceau de tissu comme dans l'image ci-dessus. Elle aimeraient en faire une couverture de taille  $5 \times 5$  pour son chat. En combien de parties doit-elle découper le tissu pour couper le moins possible? (Deux partie qui ont uniquement un point en commun ne tiennent pas ensemble, c'est-à-dire ne forment pas un seul morceau)

①

②

③



Aufgabe : 4

Team : E

Wie viele natürliche Zahlen kleiner als 1'000'000 sind weder eine 2-te, 3-te noch 4-te Potenz. (Eine natürliche Zahl ist eine  $n$ -te Potenz falls sie von der Form  $a^n$  mit einer natürlichen Zahl  $a$  ist.)

Combien de nombre naturels inférieurs à 1'000'000 ne sont pas des 2-ème, 3-ème, ou 4-ème puissances? (On dit qu'un nombre naturel est une  $n$ -ème puissance s'il peut s'écrire  $a^n$  pour un certain naturel  $a$ .)

①

②

③



Aufgabe : 5

Team : E

Finde die kleinste natürliche Zahl  $a$ , für die gilt: Es gibt genau 11 ganze Zahlen  $s$ , für die

$$\frac{a}{75 - |s|}$$

eine natrliche Zahl ist.

Trouver le plus petit nombre naturel  $a$  qui satisfait la propriété suivante: il y a exactement 11 nombres entiers  $s$  tels que

$$\frac{a}{75 - |s|}$$

soit un nombre naturel.

①	
②	
③	



Aufgabe : **6**

Team : **E**

Ludwig soll eine runde Torte mit nur vier geraden Schnitten in möglichst viele Stücke zerschneiden. Die Stücke müssen nicht gleich groß sein. Geschnitten werden darf nur senkrecht. In wieviele Stücke kann man die Torte so maximal zerschneiden?

Ludwig doit couper un gâteau rond avec quatre coups de couteau en le plus possible de parts. Les parts n'ont pas besoin d'être de taille égale. Les coupures se font seulement verticalement. En combien de parts peut-on au maximum découper le gâteau?

①

②

③



Aufgabe : 7

Team : E

Sei  $n$  eine ungerade Zahl, sodass die Summe aller geraden Zahlen zwischen 1 und  $n$  das Produkt von 79 und 80 ergibt. Finde  $n$ .

Soit  $n$  un nombre impair tel que la somme des nombres pairs entre 1 et  $n$  soit égale au produit de 79 et 80. Trouver  $n$ .

①

②

③



Aufgabe : 8

Team : E

Die positiven ganzen Zahlen 30, 72 und  $n$  haben folgende Eigenschaft: Das Produkt von je zwei dieser Zahlen ist durch die dritte teilbar. Finde das kleinste mögliche  $n$  mit dieser Eigenschaft.

Les nombres naturels 30, 72 et  $n$  ont la propriété suivante: le produit de n'importe quel deux parmi les trois nombres est divisible par le troisième. Trouver le plus petit entier naturel  $n$  qui ait cette propriété.

①

②

③



Aufgabe : **9**

Team : **E**

Im Dreieck  $\triangle ABC$  gilt  $\angle CAB = 40^\circ$ ,  $\angle ABC = 20^\circ$  und  $AB - BC = 4$ . Man bestimme die Länge der Winkelhalbierenden des Winkels  $\angle ACB$ .

Dans le triangle  $\triangle ABC$ , on a  $\angle CAB = 40^\circ$ ,  $\angle ABC = 20^\circ$  ainsi que  $AB - BC = 4$ . Déterminer la longueur de la bissectrice de l'angle  $\angle ACB$ .

①

②

③



Aufgabe : **10**

Team : **E**

Berechne die letzten drei Ziffern der Zahl  $7^{2013}$ .

Calculer les trois derniers chiffres du nombre  $7^{2013}$ .

①

②

③



Aufgabe : **11**

Team : **E**

Finde alle reellen Lösungen  $(x, y, z)$  von

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - z(x + y) = 2, \\ y^2 + z^2 - x(y + z) = 4, \\ z^2 + x^2 - y(z + x) = 8. \end{cases} .$$

Trouver toutes les solutions réelles  $(x, y, z)$  de

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - z(x + y) = 2, \\ y^2 + z^2 - x(y + z) = 4, \\ z^2 + x^2 - y(z + x) = 8. \end{cases} .$$

①

②

③



Aufgabe : **12**

Team : **E**

Finde eine Lösung für das folgende System von Kongruenzen:

$$5x \equiv 4 \pmod{3}$$

$$7x \equiv 6 \pmod{5}$$

$$9x \equiv 8 \pmod{7}.$$

Trouver une solution du système suivant

$$5x \equiv 4 \pmod{3}$$

$$7x \equiv 6 \pmod{5}$$

$$9x \equiv 8 \pmod{7}.$$

①

②

③



Aufgabe : **13**

Team : **E**

Bestimme die kleinste Zahl  $x$ , so dass zwei Kugeln mit Radius 1 in ein Würfel mit Seitenlänge  $x$  passen.

Déterminer le plus petit nombre  $x$ , tel que l'on peut placer deux sphères de rayon 1 dans un cube de longueur de côté  $x$ .

①

②

③



Aufgabe : **14**

Team : **E**

Auf wie viele verschiedene Arten kann man die Zahl 2013 als Differenz zweier Quadratzahlen darstellen?

Combien de possibilités y a-t-il pour représenter le nombre 2013 par une différence de deux carrés?

①	
②	
③	



Aufgabe : **15**

Team : **E**

Man bestimme die grösste natürliche Zahl mit verschiedenen Ziffern, die durch jede ihrer Ziffern teilbar ist.

Déterminer le plus grand nombre naturel ayant des chiffres différents qui est divisible par tous ses chiffres.

①

②

③



Aufgabe : **16**

Team : **E**

Finde alle möglichen Reste die eine Primzahl bei Division durch 30 haben kann.

Trouver tous les restes possibles de la division d'un nombre premier par 30.

①

②

③



Aufgabe : **17**

Team : **E**

Finde eine natürliche Zahl, so dass das Produkt aller Teiler dieser Zahl (inklusive 1 und die Zahl selbst) mit genau 2013 Nullen endet?

Trouver un nombre naturel tel que le produit de tous ses diviseurs (y compris 1 et lui-même) se termine par exactement 2013 zéros.

①

②

③



Aufgabe : 18

Team : E

Die Quersumme einer Zahl  $n$  beträgt 100. Die Quersumme der Zahl  $44n$  beträgt 800. Bestimme die Quersumme der Zahl  $3n$ .

La somme des chiffres d'un nombre  $n$  vaut 100. La somme des chiffres de  $44n$  vaut 800. Trouver la somme des chiffres de  $3n$ .

①

②

③



Aufgabe : 19

Team : E

Nehme an, jedes Einheitsquadrat eines  $8 \times 8$  Bretts ist entweder schwarz oder weiss gefärbt, so dass in jedem  $2 \times 2$  Quadrat genau zwei Quadrate weiss und zwei schwarz sind. Wie viele verschiedene solche Färbungen gibt es?

Chaque carré unité d'un carré  $8 \times 8$  est soit noir soit blanc, de telle manière que dans chaque carré  $2 \times 2$ , il y ait exactement deux carrés noirs et deux carrés blancs. Combien de telles colorations existe-t-il?

①

②

③



Aufgabe : **20**

Team : **E**

Finde eine vierstellige Zahl  $n$  mit Ziffern  $a, b, c, d \in \{0, 1, \dots, 9\}$ , wobei die vorderste Ziffer  $a$  nicht 0 ist und

$$n = a^a + b^b + c^c + d^d$$

gilt.

Trouvez un nombre  $n$  à quatre chiffres  $a, b, c, d \in \{0, 1, \dots, 9\}$ , tel que le tout premier chiffre  $a$  n'est pas égal à 0 et que l'équation

$$n = a^a + b^b + c^c + d^d$$

est vérifiée.

①	
②	
③	



Aufgabe : **21**

Team : **E**

Im Dreieck  $\triangle ABC$  schneidet die Winkelhalbierende des Winkels  $\angle ACB$  die Seite  $AB$  im Punkt  $M$  und die Winkelhalbierende des Winkels  $\angle CAB$  schneidet  $CM$  im Punkt  $T$ . Es stellt sich heraus, das  $CM$  und  $AT$  das Dreieck  $\triangle ABC$  in drei gleichschenklige Dreiecke teilen. Man bestimme die Winkel des Dreiecks  $\triangle ABC$ .

Dans le triangle  $\triangle ABC$  la bissectrice de l'angle  $\angle ACB$  coupe le côté  $AB$  en un point  $M$  et la bissectrice de l'angle  $\angle CAB$  coupe  $CM$  en un point  $T$ . Il s'avère que  $CM$  et  $AT$  séparent le triangle  $\triangle ABC$  en trois triangles isocèles. Trouver les angles du triangle  $\triangle ABC$ .

①

②

③



Aufgabe : **22**

Team : **E**

Erfinde eine zehnstellige Zahl ohne Nullen in ihrer Darstellung mit folgender Eigenschaft: Wenn man zu dieser Zahl das Produkt der Ziffern dieser Zahl dazu zählt, bekommt man eine Zahl, bei der das Produkt der Ziffern gleich ist, wie bei der ersten Zahl.

Trouver un nombre à 10 chiffres sans zéros dans sa représentation décimale avec la propriété suivante: Si on ajoute à ce nombre le produit de ses chiffres, on obtient un nombre dont le produit des chiffres est le même que pour le premier nombre.

①	
②	
③	



Aufgabe : **23**

Team : **E**

Acht Fussball Mannschaften spielen ein Turnier, so dass zwei Mannschaften höchsten einmal gegeneinander antreten. Zudem gibt es unter je drei Mannschaften immer zwei, die nicht gegeneinander gespielt haben. Wie viele Spiele wurden höchsten gespielt?

Huit équipes de football jouent dans un tournoi, de telle manière que deux équipes jouent au plus une fois l'une contre l'autre. De plus, parmi chaque trio d'équipes, il y en a toujours deux qui ne jouent pas l'une contre l'autre. Combien de matchs sont joués au maximum?

①

②

③



Aufgabe : **24**

Team : **E**

Welches ist die minimale Anzahl Gewichte, die man braucht, um jedes Gewicht von 1g bis 100g genau abwiegen zu können, wenn man die Gewichte auf beide Seiten einer Balkenwaage legen darf?

Quel est le nombre minimal de poids dont on a besoin pour peser exactement n'importe quel poids entre 1g et 100g, si on peut poser les poids de chaque côté de la balance ?

①

②

③



Aufgabe : **25**

Team : **E**

Zu einer natürlichen Zahl  $n$  schreibt man rechts 3 Ziffern dazu. Die neue Zahl ist die Summe aller natürlichen Zahlen von 1 bis und mit  $n$ . Bestimme  $n$ .

Pour un nombre naturel  $n$ , on rajoute à droite trois chiffres. Le nouveau nombre est la somme de tous les nombres naturels entre 1 et  $n$ . Calculer  $n$ .

①

②

③



Aufgabe : **26**

Team : **E**

Bei einem gleichschenkligen Trapez  $ABCD$  schneiden sich die Diagonalen rechtwinklig. Die beiden parallelen Seiten haben den Abstand 7. Ermittle den Flächeninhalt des Trapezes.

Soit  $ABCD$  un trapèze isocèle dans lequel les diagonales se coupent à angle droit. Les deux côtés parallèles sont à une distance 7 l'un de l'autre. Calculer la surface du trapèze.

①	
②	
③	



Aufgabe : **27**

Team : **E**

Seien  $a, b, c$  drei natürliche Zahlen mit  $1/a + 1/b + 1/c < 1$ . Bestimme den grösstmöglichen Wert von  $1/a + 1/b + 1/c$ .

Soient  $a, b, c$  des nombres naturels avec  $1/a + 1/b + 1/c < 1$ . Calculer la plus grande valeur possible pour  $1/a + 1/b + 1/c$ .

①	
②	
③	



Aufgabe : 28

Team : E

Eine Fabrik besteht aus  $n$  Produktionshallen. Zwischen je zwei Produktionshallen existiert genau ein Förderband. Alle Förderbänder sind so konstruiert, dass sie Güter immer nur in eine Richtung transportieren können. Für welche  $n$  mit  $n > 1$  kann man eine Fabrik so bauen, dass man Güter von jeder Prdouktionshalle in jede andere über höchstens zwei Förderbänder schicken kann?

Une industrie consiste en  $n$  ateliers de production. Entre deux ateliers de production, il existe exactement un tapis roulant. Un tapis roulant transporte toujours la marchandise dans la même direction. Pour quel  $n > 1$  peut-on construire une industrie telle que l'on peut toujours envoyer des marchandises d'un atelier de production à un autre en passant par deux tapis roulants au maximum?

①	
②	
③	



Aufgabe : 29

Team : E

In einem Dreieck  $ABC$  mit  $AB = 2$  sei  $M$  der Mittelpunkt der Seite  $AB$ . Sei  $D$  ein Punkt auf der Strecke  $MC$ , sodass  $MD \cdot MC = 1$  gilt. Wie lange ist die Strecke  $BC$ , wenn  $BC = AD$  gilt?

Dans un triangle  $ABC$  avec  $AB = 2$ , soit  $M$  le point milieu du côté  $AB$ . Soit  $D$  le point sur la droite  $MC$  tel que  $MD \cdot MC = 1$ . Quelle est la longueur de  $BC$  lorsque  $BC = AD$ ?

①

②

③



Aufgabe : **30**

Team : **E**

Finde natürliche Zahlen  $a, b, c$  und  $d$ , sodass das Produkt von je zwei verschiedenen Zahlen plus eins ein Quadrat ist.

Trouver des nombres naturels  $a, b, c$  et  $d$  tels que le produit de deux de ces nombres distincts est égal à un carré moins 1.

①

②

③



Aufgabe : **31**

Team : **E**

Auf dem SMO-Bauernhof kann man Eier entweder im 20er oder im 13er Pack kaufen.  
Was ist die grösste Anzahl Eier die man nicht exakt erwerben kann?

A la ferme OSM, on peut acheter des oeufs par boites de 20 ou de 13 pièces. Quel est le plus grand nombre d'oeufs qu'on ne peut pas acheter exactement?

①

②

③



Aufgabe : **32**

Team : **E**

Die Kanten eines Würfels werden mit den natürlichen Zahlen von 1 bis 12 durchnummieriert. Dann wird für jede Ecke die Summe der drei Zahlen ermittelt, die auf den von ihr ausgehenden Kanten stehen. Ermittle alle natürlichen Zahlen von 1 bis 12 mit folgender Eigenschaft: Ersetzt man nur diese Zahl durch 13, so gibt es eine Nummerierung der Kanten eines Würfels mit diesen zwölf Zahlen derart, dass alle acht Eckensummen gleich gross sind.

Les arrêtes d'un cube sont numérotés avec des nombres naturels de 1 à 12. On calcule alors pour chaque sommet la somme des trois nombres qui sont sur les arrêtes touchant ce sommet. Calculer tous les nombres de 1 à 12 avec la propriété suivante : Si on remplace uniquement ce nombre par 13, on obtient une numérotation des arrêtes du cube telle que les huit sommes calculées aux sommets sont égales.

①

②

③



Aufgabe : **33**

Team : **E**

Man hat 10 Gefässer mit Wasser, die  $1l, 2l, 3l, \dots, 10l$  enthalten. Man darf in einem Zug aus einem Gefäß  $A$  so viel in ein anderes Gefäß  $B$  leeren, wie im Gefäß  $B$  im Moment vorhanden ist. Alle Gefässer sind gross genug für die ganze Menge Wasser. Welches ist die maximale Anzahl Liter Wasser, die man in einem Gefäß sammeln kann?

On considère 10 seaux contenant  $1l, 2l, \dots, 10l$  d'eau respectivement. A chaque tour on a le droit de verser exactement autant d'eau d'un seau  $A$  dans un seau  $B$  que le seau  $B$  contient déjà. Tous les seaux sont assez large pour contenir toute l'eau en jeu. Quel est la quantité maximale d'eau que l'on peut mettre dans un seau?

①

②

③



Aufgabe : **34**

Team : **E**

Fülle eine  $4 \times 4$  Tabelle mit natürlichen Zahlen so aus, dass

1. Die Produkte der Zahlen in einer Zeile für alle Zeilen gleich sind.
2. Die Produkte der Zahlen in einer Spalte für alle Spalten gleich sind.
3. Alle Zahlen verschieden sind.
4. Alle Zahlen kleiner als 100 sind.

Remplir un tableau  $4 \times 4$  avec des nombres naturels de telle façon que

1. Le produit des nombres d'une ligne est le même pour chaque ligne.
2. Le produit des nombres d'une colonne est le même pour chaque colonne.
3. Tous les nombres sont différents.
4. Tous les nombres sont plus petits que 100.

①	
②	
③	



Aufgabe : **35**

Team : **E**

Wie viele Dreiecke mit Umfang 100 und ganzzahligen Seitenlängen gibt es?

Combien de triangles existe-t-il qui sont de perimètre 100 et dont les longueurs des côtés sont des nombres entiers?

①

②

③



Aufgabe : **36**

Team : **E**

Für welche natürliche Zahlen  $n$  kann man im Term  $\pm 1^2 \pm 2^2 \pm 3^2 \pm \cdots \pm n^2$  die Zeichen + und - so setzen, dass das Ergebnis 0 ist?

Pour quel nombre naturel  $n$  peut-on placer les signes + et - dans le terme  $\pm 1^2 \pm 2^2 \pm 3^2 \pm \cdots \pm n^2$  de tel façon à ce que le résultat soit 0 ?

①

②

③



Aufgabe : **37**

Team : **E**

Wir nennen eine 10-stellige Zahl *interessant*, wenn alle ihre Ziffern verschieden sind und diese Zahl durch 11111 teilbar ist. Wie viele interessante Zahlen gibt es?

On dit qu'un nombre à 10 chiffres est *intéressant* lorsque tous ses chiffres sont différents et que ce nombre est divisible par 11111. Combien y a-t-il de nombres intéressants?

①

②

③



Aufgabe : **38**

Team : **E**

Auf wieviele Arten kann man die Ecken eines Würfels schwarz und weiss färben, sodass es eine Ebene im Raum gibt, welche durch keinen der Ecken des Würfels geht und sodass auf einer Seite der Ebene nur weisse Ecken und auf der anderen nur schwarze Ecken des Würfels liegen?

De combien de manières peut-on colorer les coins d'un dé en noir et en blanc de telle sorte qu'il existe un plan dans l'espace qui ne passe par aucun coin du dé et tel que tous les coins d'un côté du plan son blancs et tous les coins de l'autre côté du plan son noir?

①

②

③



Aufgabe : **39**

Team : **E**

Finde alle Lösungen von  $x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x + 2 = 0$ .

Trouver toutes les solutions de  $x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x + 2 = 0$ .

①

②

③



Aufgabe : 40

Team : E

In wieviele Stücke kann man einen Donut (Torus) mit 3 geraden Schnitten maximal zerteilen?

En combien de morceaux peut-on découper un donut (tore) au maximum en utilisant trois coupes planes?

①

②

③



Aufgabe : **1**

Team : **F**

Der 2. Februar im Jahr 2000 enthielt nur gerade Ziffern im Datum (2.2.2000). Wann war dies davor das letzte Mal vorgekommen?

La date 2.2.2000 (2 février 2000) a la particularité de n'être constituée que de chiffres pairs. Quand est-ce que ce phénomène s'est-il produit la dernière fois avant cette date.

①

②

③



Aufgabe : **2**

Team : **F**

Gesucht wird eine achtstellige Zahl, die 2 Einsen, 2 Zweien, 2 Dreien und 2 Vieren enthält. Die Einsen in dieser Zahl sind durch eine Zahl voneinander getrennt, die Zweien durch zwei Stellen, die Dreien durch drei und die Vieren durch vier Stellen.

On cherche un nombre à huit chiffres qui contient 2 fois le chiffre 1, 2 fois le chiffre 2, 2 fois le chiffre 3 et 2 fois le chiffre 4. Les 1 sont séparés par un chiffre, les 2 par 2 chiffres, les 3 par 3 chiffres et les 4 par 4 chiffres.

①

②

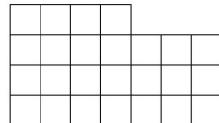
③



Aufgabe : **3**

Team : **F**

Lisa hat einen Stoff wie im Bild unten. Sie möchte ihrer Katze daraus eine Decke der Grösse  $5 \times 5$  nähen. In wie viele Teile muss Lisa den Stoff dafür mindestens schneiden? (Zwei Stücke mit einem gemeinsamen Punkt sind nicht zusammenhängend).



Lisa a un morceau de tissu comme dans l'image ci-dessus. Elle aimeraient en faire une couverture de taille  $5 \times 5$  pour son chat. En combien de parties doit-elle découper le tissu pour couper le moins possible? (Deux partie qui ont uniquement un point en commun ne tiennent pas ensemble, c'est-à-dire ne forment pas un seul morceau)

①

②

③



Aufgabe : 4

Team : F

Wie viele natürliche Zahlen kleiner als 1'000'000 sind weder eine 2-te, 3-te noch 4-te Potenz. (Eine natürliche Zahl ist eine  $n$ -te Potenz falls sie von der Form  $a^n$  mit einer natürlichen Zahl  $a$  ist.)

Combien de nombre naturels inférieurs à 1'000'000 ne sont pas des 2-ème, 3-ème, ou 4-ème puissances? (On dit qu'un nombre naturel est une  $n$ -ème puissance s'il peut s'écrire  $a^n$  pour un certain naturel  $a$ .)

①

②

③



Aufgabe : 5

Team : F

Finde die kleinste natürliche Zahl  $a$ , für die gilt: Es gibt genau 11 ganze Zahlen  $s$ , für die

$$\frac{a}{75 - |s|}$$

eine natrliche Zahl ist.

Trouver le plus petit nombre naturel  $a$  qui satisfait la propriété suivante: il y a exactement 11 nombres entiers  $s$  tels que

$$\frac{a}{75 - |s|}$$

soit un nombre naturel.

①	
②	
③	



Aufgabe : **6**

Team : **F**

Ludwig soll eine runde Torte mit nur vier geraden Schnitten in möglichst viele Stücke zerschneiden. Die Stücke müssen nicht gleich groß sein. Geschnitten werden darf nur senkrecht. In wieviele Stücke kann man die Torte so maximal zerschneiden?

Ludwig doit couper un gâteau rond avec quatre coups de couteau en le plus possible de parts. Les parts n'ont pas besoin d'être de taille égale. Les coupures se font seulement verticalement. En combien de parts peut-on au maximum découper le gâteau?

①

②

③



Aufgabe : 7

Team : F

Sei  $n$  eine ungerade Zahl, sodass die Summe aller geraden Zahlen zwischen 1 und  $n$  das Produkt von 79 und 80 ergibt. Finde  $n$ .

Soit  $n$  un nombre impair tel que la somme des nombres pairs entre 1 et  $n$  soit égale au produit de 79 et 80. Trouver  $n$ .

①

②

③



Aufgabe : 8

Team : F

Die positiven ganzen Zahlen 30, 72 und  $n$  haben folgende Eigenschaft: Das Produkt von je zwei dieser Zahlen ist durch die dritte teilbar. Finde das kleinste mögliche  $n$  mit dieser Eigenschaft.

Les nombres naturels 30, 72 et  $n$  ont la propriété suivante: le produit de n'importe quel deux parmi les trois nombres est divisible par le troisième. Trouver le plus petit entier naturel  $n$  qui ait cette propriété.

①

②

③



Aufgabe : 9

Team : F

Im Dreieck  $\triangle ABC$  gilt  $\angle CAB = 40^\circ$ ,  $\angle ABC = 20^\circ$  und  $AB - BC = 4$ . Man bestimme die Länge der Winkelhalbierenden des Winkels  $\angle ACB$ .

Dans le triangle  $\triangle ABC$ , on a  $\angle CAB = 40^\circ$ ,  $\angle ABC = 20^\circ$  ainsi que  $AB - BC = 4$ . Déterminer la longueur de la bissectrice de l'angle  $\angle ACB$ .

①

②

③



Aufgabe : **10**

Team : **F**

Berechne die letzten drei Ziffern der Zahl  $7^{2013}$ .

Calculer les trois derniers chiffres du nombre  $7^{2013}$ .

①

②

③



Aufgabe : 11

Team : F

Finde alle reellen Lösungen  $(x, y, z)$  von

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - z(x + y) = 2, \\ y^2 + z^2 - x(y + z) = 4, \\ z^2 + x^2 - y(z + x) = 8. \end{cases} .$$

Trouver toutes les solutions réelles  $(x, y, z)$  de

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - z(x + y) = 2, \\ y^2 + z^2 - x(y + z) = 4, \\ z^2 + x^2 - y(z + x) = 8. \end{cases} .$$

①

②

③



Aufgabe : 12

Team : F

Finde eine Lösung für das folgende System von Kongruenzen:

$$5x \equiv 4 \pmod{3}$$

$$7x \equiv 6 \pmod{5}$$

$$9x \equiv 8 \pmod{7}.$$

Trouver une solution du système suivant

$$5x \equiv 4 \pmod{3}$$

$$7x \equiv 6 \pmod{5}$$

$$9x \equiv 8 \pmod{7}.$$

①

②

③



Aufgabe : 13

Team : F

Bestimme die kleinste Zahl  $x$ , so dass zwei Kugeln mit Radius 1 in ein Würfel mit Seitenlänge  $x$  passen.

Déterminer le plus petit nombre  $x$ , tel que l'on peut placer deux sphères de rayon 1 dans un cube de longueur de côté  $x$ .

①

②

③



Aufgabe : 14

Team : F

Auf wie viele verschiedene Arten kann man die Zahl 2013 als Differenz zweier Quadratzahlen darstellen?

Combien de possibilités y a-t-il pour représenter le nombre 2013 par une différence de deux carrés?

①	
②	
③	



Aufgabe : **15**

Team : **F**

Man bestimme die grösste natürliche Zahl mit verschiedenen Ziffern, die durch jede ihrer Ziffern teilbar ist.

Déterminer le plus grand nombre naturel ayant des chiffres différents qui est divisible par tous ses chiffres.

①

②

③



Aufgabe : **16**

Team : **F**

Finde alle möglichen Reste die eine Primzahl bei Division durch 30 haben kann.

Trouver tous les restes possibles de la division d'un nombre premier par 30.

①

②

③



Aufgabe : **17**

Team : **F**

Finde eine natürliche Zahl, so dass das Produkt aller Teiler dieser Zahl (inklusive 1 und die Zahl selbst) mit genau 2013 Nullen endet?

Trouver un nombre naturel tel que le produit de tous ses diviseurs (y compris 1 et lui-même) se termine par exactement 2013 zéros.

①

②

③



Aufgabe : 18

Team : F

Die Quersumme einer Zahl  $n$  beträgt 100. Die Quersumme der Zahl  $44n$  beträgt 800. Bestimme die Quersumme der Zahl  $3n$ .

La somme des chiffres d'un nombre  $n$  vaut 100. La somme des chiffres de  $44n$  vaut 800. Trouver la somme des chiffres de  $3n$ .

①

②

③



Aufgabe : 19

Team : F

Nehme an, jedes Einheitsquadrat eines  $8 \times 8$  Bretts ist entweder schwarz oder weiss gefärbt, so dass in jedem  $2 \times 2$  Quadrat genau zwei Quadrate weiss und zwei schwarz sind. Wie viele verschiedene solche Färbungen gibt es?

Chaque carré unité d'un carré  $8 \times 8$  est soit noir soit blanc, de telle manière que dans chaque carré  $2 \times 2$ , il y ait exactement deux carrés noirs et deux carrés blancs. Combien de telles colorations existe-t-il?

①	
②	
③	



Aufgabe : **20**

Team : **F**

Finde eine vierstellige Zahl  $n$  mit Ziffern  $a, b, c, d \in \{0, 1, \dots, 9\}$ , wobei die vorderste Ziffer  $a$  nicht 0 ist und

$$n = a^a + b^b + c^c + d^d$$

gilt.

Trouvez un nombre  $n$  à quatre chiffres  $a, b, c, d \in \{0, 1, \dots, 9\}$ , tel que le tout premier chiffre  $a$  n'est pas égal à 0 et que l'équation

$$n = a^a + b^b + c^c + d^d$$

est vérifiée.

①	
②	
③	



Aufgabe : **21**

Team : **F**

Im Dreieck  $\triangle ABC$  schneidet die Winkelhalbierende des Winkels  $\angle ACB$  die Seite  $AB$  im Punkt  $M$  und die Winkelhalbierende des Winkels  $\angle CAB$  schneidet  $CM$  im Punkt  $T$ . Es stellt sich heraus, das  $CM$  und  $AT$  das Dreieck  $\triangle ABC$  in drei gleichschenklige Dreiecke teilen. Man bestimme die Winkel des Dreiecks  $\triangle ABC$ .

Dans le triangle  $\triangle ABC$  la bissectrice de l'angle  $\angle ACB$  coupe le côté  $AB$  en un point  $M$  et la bissectrice de l'angle  $\angle CAB$  coupe  $CM$  en un point  $T$ . Il s'avère que  $CM$  et  $AT$  séparent le triangle  $\triangle ABC$  en trois triangles isocèles. Trouver les angles du triangle  $\triangle ABC$ .

①

②

③



Aufgabe : 22

Team : F

Erfinde eine zehnstellige Zahl ohne Nullen in ihrer Darstellung mit folgender Eigenschaft: Wenn man zu dieser Zahl das Produkt der Ziffern dieser Zahl dazu zählt, bekommt man eine Zahl, bei der das Produkt der Ziffern gleich ist, wie bei der ersten Zahl.

Trouver un nombre à 10 chiffres sans zéros dans sa représentation décimale avec la propriété suivante: Si on ajoute à ce nombre le produit de ses chiffres, on obtient un nombre dont le produit des chiffres est le même que pour le premier nombre.

①	
②	
③	



Aufgabe : **23**

Team : **F**

Acht Fussball Mannschaften spielen ein Turnier, so dass zwei Mannschaften höchsten einmal gegeneinander antreten. Zudem gibt es unter je drei Mannschaften immer zwei, die nicht gegeneinander gespielt haben. Wie viele Spiele wurden höchsten gespielt?

Huit équipes de football jouent dans un tournoi, de telle manière que deux équipes jouent au plus une fois l'une contre l'autre. De plus, parmi chaque trio d'équipes, il y en a toujours deux qui ne jouent pas l'une contre l'autre. Combien de matchs sont joués au maximum?

①

②

③



Aufgabe : **24**

Team : **F**

Welches ist die minimale Anzahl Gewichte, die man braucht, um jedes Gewicht von 1g bis 100g genau abwiegen zu können, wenn man die Gewichte auf beide Seiten einer Balkenwaage legen darf?

Quel est le nombre minimal de poids dont on a besoin pour peser exactement n'importe quel poids entre 1g et 100g, si on peut poser les poids de chaque côté de la balance ?

①

②

③



Aufgabe : **25**

Team : **F**

Zu einer natürlichen Zahl  $n$  schreibt man rechts 3 Ziffern dazu. Die neue Zahl ist die Summe aller natürlichen Zahlen von 1 bis und mit  $n$ . Bestimme  $n$ .

Pour un nombre naturel  $n$ , on rajoute à droite trois chiffres. Le nouveau nombre est la somme de tous les nombres naturels entre 1 et  $n$ . Calculer  $n$ .

①

②

③



Aufgabe : 26

Team : F

Bei einem gleichschenkligen Trapez  $ABCD$  schneiden sich die Diagonalen rechtwinklig. Die beiden parallelen Seiten haben den Abstand 7. Ermittle den Flächeninhalt des Trapezes.

Soit  $ABCD$  un trapèze isocèle dans lequel les diagonales se coupent à angle droit. Les deux côtés parallèles sont à une distance 7 l'un de l'autre. Calculer la surface du trapèze.

①	
②	
③	



Aufgabe : **27**

Team : **F**

Seien  $a, b, c$  drei natürliche Zahlen mit  $1/a + 1/b + 1/c < 1$ . Bestimme den grösstmöglichen Wert von  $1/a + 1/b + 1/c$ .

Soient  $a, b, c$  des nombres naturels avec  $1/a + 1/b + 1/c < 1$ . Calculer la plus grande valeur possible pour  $1/a + 1/b + 1/c$ .

①

②

③



Aufgabe : 28

Team : F

Eine Fabrik besteht aus  $n$  Produktionshallen. Zwischen je zwei Produktionshallen existiert genau ein Förderband. Alle Förderbänder sind so konstruiert, dass sie Güter immer nur in eine Richtung transportieren können. Für welche  $n$  mit  $n > 1$  kann man eine Fabrik so bauen, dass man Güter von jeder Prdouktionshalle in jede andere über höchstens zwei Förderbänder schicken kann?

Une industrie consiste en  $n$  ateliers de production. Entre deux ateliers de production, il existe exactement un tapis roulant. Un tapis roulant transporte toujours la marchandise dans la même direction. Pour quel  $n > 1$  peut-on construire une industrie telle que l'on peut toujours envoyer des marchandises d'un atelier de production à un autre en passant par deux tapis roulants au maximum?

①	
②	
③	



Aufgabe : 29

Team : F

In einem Dreieck  $ABC$  mit  $AB = 2$  sei  $M$  der Mittelpunkt der Seite  $AB$ . Sei  $D$  ein Punkt auf der Strecke  $MC$ , sodass  $MD \cdot MC = 1$  gilt. Wie lange ist die Strecke  $BC$ , wenn  $BC = AD$  gilt?

Dans un triangle  $ABC$  avec  $AB = 2$ , soit  $M$  le point milieu du côté  $AB$ . Soit  $D$  le point sur la droite  $MC$  tel que  $MD \cdot MC = 1$ . Quelle est la longueur de  $BC$  lorsque  $BC = AD$ ?

①

②

③



Aufgabe : **30**

Team : **F**

Finde natürliche Zahlen  $a, b, c$  und  $d$ , sodass das Produkt von je zwei verschiedenen Zahlen plus eins ein Quadrat ist.

Trouver des nombres naturels  $a, b, c$  et  $d$  tels que le produit de deux de ces nombres distincts est égal à un carré moins 1.

①

②

③



Aufgabe : **31**

Team : **F**

Auf dem SMO-Bauernhof kann man Eier entweder im 20er oder im 13er Pack kaufen.  
Was ist die grösste Anzahl Eier die man nicht exakt erwerben kann?

A la ferme OSM, on peut acheter des oeufs par boites de 20 ou de 13 pièces. Quel est le plus grand nombre d'oeufs qu'on ne peut pas acheter exactement?

①

②

③



Aufgabe : **32**

Team : **F**

Die Kanten eines Würfels werden mit den natürlichen Zahlen von 1 bis 12 durchnummieriert. Dann wird für jede Ecke die Summe der drei Zahlen ermittelt, die auf den von ihr ausgehenden Kanten stehen. Ermittle alle natürlichen Zahlen von 1 bis 12 mit folgender Eigenschaft: Ersetzt man nur diese Zahl durch 13, so gibt es eine Nummerierung der Kanten eines Würfels mit diesen zwölf Zahlen derart, dass alle acht Eckensummen gleich gross sind.

Les arrêtes d'un cube sont numérotés avec des nombres naturels de 1 à 12. On calcule alors pour chaque sommet la somme des trois nombres qui sont sur les arrêtes touchant ce sommet. Calculer tous les nombres de 1 à 12 avec la propriété suivante : Si on remplace uniquement ce nombre par 13, on obtient une numérotation des arrêtes du cube telle que les huit sommes calculées aux sommets sont égales.

①

②

③



Aufgabe : **33**

Team : **F**

Man hat 10 Gefässer mit Wasser, die  $1l, 2l, 3l, \dots, 10l$  enthalten. Man darf in einem Zug aus einem Gefäß  $A$  so viel in ein anderes Gefäß  $B$  leeren, wie im Gefäß  $B$  im Moment vorhanden ist. Alle Gefässer sind gross genug für die ganze Menge Wasser. Welches ist die maximale Anzahl Liter Wasser, die man in einem Gefäß sammeln kann?

On considère 10 seaux contenant  $1l, 2l, \dots, 10l$  d'eau respectivement. A chaque tour on a le droit de verser exactement autant d'eau d'un seau  $A$  dans un seau  $B$  que le seau  $B$  contient déjà. Tous les seaux sont assez large pour contenir toute l'eau en jeu. Quel est la quantité maximale d'eau que l'on peut mettre dans un seau?

①

②

③



Aufgabe : **34**

Team : **F**

Fülle eine  $4 \times 4$  Tabelle mit natürlichen Zahlen so aus, dass

1. Die Produkte der Zahlen in einer Zeile für alle Zeilen gleich sind.
2. Die Produkte der Zahlen in einer Spalte für alle Spalten gleich sind.
3. Alle Zahlen verschieden sind.
4. Alle Zahlen kleiner als 100 sind.

Remplir un tableau  $4 \times 4$  avec des nombres naturels de telle façon que

1. Le produit des nombres d'une ligne est le même pour chaque ligne.
2. Le produit des nombres d'une colonne est le même pour chaque colonne.
3. Tous les nombres sont différents.
4. Tous les nombres sont plus petits que 100.

①	
②	
③	



Aufgabe : **35**

Team : **F**

Wie viele Dreiecke mit Umfang 100 und ganzzahligen Seitenlängen gibt es?

Combien de triangles existe-t-il qui sont de perimètre 100 et dont les longueurs des côtés sont des nombres entiers?

①

②

③



Aufgabe : **36**

Team : **F**

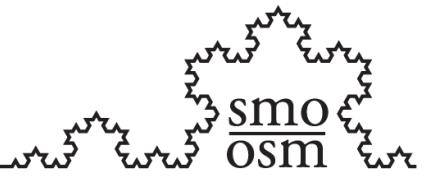
Für welche natürliche Zahlen  $n$  kann man im Term  $\pm 1^2 \pm 2^2 \pm 3^2 \pm \cdots \pm n^2$  die Zeichen + und - so setzen, dass das Ergebnis 0 ist?

Pour quel nombre naturel  $n$  peut-on placer les signes + et - dans le terme  $\pm 1^2 \pm 2^2 \pm 3^2 \pm \cdots \pm n^2$  de tel façon à ce que le résultat soit 0 ?

①

②

③



Aufgabe : **37**

Team : **F**

Wir nennen eine 10-stellige Zahl *interessant*, wenn alle ihre Ziffern verschieden sind und diese Zahl durch 11111 teilbar ist. Wie viele interessante Zahlen gibt es?

On dit qu'un nombre à 10 chiffres est *intéressant* lorsque tous ses chiffres sont différents et que ce nombre est divisible par 11111. Combien y a-t-il de nombres intéressants?

①

②

③



Aufgabe : **38**

Team : **F**

Auf wieviele Arten kann man die Ecken eines Würfels schwarz und weiss färben, sodass es eine Ebene im Raum gibt, welche durch keinen der Ecken des Würfels geht und sodass auf einer Seite der Ebene nur weisse Ecken und auf der anderen nur schwarze Ecken des Würfels liegen?

De combien de manières peut-on colorer les coins d'un dé en noir et en blanc de telle sorte qu'il existe un plan dans l'espace qui ne passe par aucun coin du dé et tel que tous les coins d'un côté du plan son blancs et tous les coins de l'autre côté du plan son noir?

①

②

③



Aufgabe : 39

Team : F

Finde alle Lösungen von  $x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x + 2 = 0$ .

Trouver toutes les solutions de  $x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x + 2 = 0$ .

①

②

③



Aufgabe : 40

Team : F

In wieviele Stücke kann man einen Donut (Torus) mit 3 geraden Schnitten maximal zerteilen?

En combien de morceaux peut-on découper un donut (tore) au maximum en utilisant trois coupes planes?

①

②

③



Aufgabe : 1

Team : G

Der 2. Februar im Jahr 2000 enthielt nur gerade Ziffern im Datum (2.2.2000). Wann war dies davor das letzte Mal vorgekommen?

La date 2.2.2000 (2 février 2000) a la particularité de n'être constituée que de chiffres pairs. Quand est-ce que ce phénomène s'est-il produit la dernière fois avant cette date.

①

②

③



Aufgabe : **2**

Team : **G**

Gesucht wird eine achtstellige Zahl, die 2 Einsen, 2 Zweien, 2 Dreien und 2 Vieren enthält. Die Einsen in dieser Zahl sind durch eine Zahl voneinander getrennt, die Zweien durch zwei Stellen, die Dreien durch drei und die Vieren durch vier Stellen.

On cherche un nombre à huit chiffres qui contient 2 fois le chiffre 1, 2 fois le chiffre 2, 2 fois le chiffre 3 et 2 fois le chiffre 4. Les 1 sont séparés par un chiffre, les 2 par 2 chiffres, les 3 par 3 chiffres et les 4 par 4 chiffres.

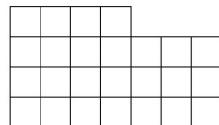
①	
②	
③	



Aufgabe : **3**

Team : **G**

Lisa hat einen Stoff wie im Bild unten. Sie möchte ihrer Katze daraus eine Decke der Grösse  $5 \times 5$  nähen. In wie viele Teile muss Lisa den Stoff dafür mindestens schneiden? (Zwei Stücke mit einem gemeinsamen Punkt sind nicht zusammenhängend).



Lisa a un morceau de tissu comme dans l'image ci-dessus. Elle aimeraient en faire une couverture de taille  $5 \times 5$  pour son chat. En combien de parties doit-elle découper le tissu pour couper le moins possible? (Deux partie qui ont uniquement un point en commun ne tiennent pas ensemble, c'est-à-dire ne forment pas un seul morceau)

①

②

③



Aufgabe : 4

Team : G

Wie viele natürliche Zahlen kleiner als 1'000'000 sind weder eine 2-te, 3-te noch 4-te Potenz. (Eine natürliche Zahl ist eine  $n$ -te Potenz falls sie von der Form  $a^n$  mit einer natürlichen Zahl  $a$  ist.)

Combien de nombre naturels inférieurs à 1'000'000 ne sont pas des 2-ème, 3-ème, ou 4-ème puissances? (On dit qu'un nombre naturel est une  $n$ -ème puissance s'il peut s'écrire  $a^n$  pour un certain naturel  $a$ .)

①

②

③



Aufgabe : 5

Team : G

Finde die kleinste natürliche Zahl  $a$ , für die gilt: Es gibt genau 11 ganze Zahlen  $s$ , für die

$$\frac{a}{75 - |s|}$$

eine natrliche Zahl ist.

Trouver le plus petit nombre naturel  $a$  qui satisfait la propriété suivante: il y a exactement 11 nombres entiers  $s$  tels que

$$\frac{a}{75 - |s|}$$

soit un nombre naturel.

①	
②	
③	



Aufgabe : **6**

Team : **G**

Ludwig soll eine runde Torte mit nur vier geraden Schnitten in möglichst viele Stücke zerschneiden. Die Stücke müssen nicht gleich groß sein. Geschnitten werden darf nur senkrecht. In wieviele Stücke kann man die Torte so maximal zerschneiden?

Ludwig doit couper un gâteau rond avec quatre coups de couteau en le plus possible de parts. Les parts n'ont pas besoin d'être de taille égale. Les coupures se font seulement verticalement. En combien de parts peut-on au maximum découper le gâteau?

①	
②	
③	



Aufgabe : 7

Team : G

Sei  $n$  eine ungerade Zahl, sodass die Summe aller geraden Zahlen zwischen 1 und  $n$  das Produkt von 79 und 80 ergibt. Finde  $n$ .

Soit  $n$  un nombre impair tel que la somme des nombres pairs entre 1 et  $n$  soit égale au produit de 79 et 80. Trouver  $n$ .

①

②

③



Aufgabe : 8

Team : G

Die positiven ganzen Zahlen 30, 72 und  $n$  haben folgende Eigenschaft: Das Produkt von je zwei dieser Zahlen ist durch die dritte teilbar. Finde das kleinste mögliche  $n$  mit dieser Eigenschaft.

Les nombres naturels 30, 72 et  $n$  ont la propriété suivante: le produit de n'importe quel deux parmi les trois nombres est divisible par le troisième. Trouver le plus petit entier naturel  $n$  qui ait cette propriété.

①

②

③



Aufgabe : 9

Team : G

Im Dreieck  $\triangle ABC$  gilt  $\angle CAB = 40^\circ$ ,  $\angle ABC = 20^\circ$  und  $AB - BC = 4$ . Man bestimme die Länge der Winkelhalbierenden des Winkels  $\angle ACB$ .

Dans le triangle  $\triangle ABC$ , on a  $\angle CAB = 40^\circ$ ,  $\angle ABC = 20^\circ$  ainsi que  $AB - BC = 4$ . Déterminer la longueur de la bissectrice de l'angle  $\angle ACB$ .

①

②

③



Aufgabe : 10

Team : G

Berechne die letzten drei Ziffern der Zahl  $7^{2013}$ .

Calculer les trois derniers chiffres du nombre  $7^{2013}$ .

①

②

③



Aufgabe : 11

Team : G

Finde alle reellen Lösungen  $(x, y, z)$  von

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - z(x + y) = 2, \\ y^2 + z^2 - x(y + z) = 4, \\ z^2 + x^2 - y(z + x) = 8. \end{cases} .$$

Trouver toutes les solutions réelles  $(x, y, z)$  de

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - z(x + y) = 2, \\ y^2 + z^2 - x(y + z) = 4, \\ z^2 + x^2 - y(z + x) = 8. \end{cases} .$$

①

②

③



Aufgabe : 12

Team : G

Finde eine Lösung für das folgende System von Kongruenzen:

$$5x \equiv 4 \pmod{3}$$

$$7x \equiv 6 \pmod{5}$$

$$9x \equiv 8 \pmod{7}.$$

Trouver une solution du système suivant

$$5x \equiv 4 \pmod{3}$$

$$7x \equiv 6 \pmod{5}$$

$$9x \equiv 8 \pmod{7}.$$

①

②

③



Aufgabe : 13

Team : G

Bestimme die kleinste Zahl  $x$ , so dass zwei Kugeln mit Radius 1 in ein Würfel mit Seitenlänge  $x$  passen.

Déterminer le plus petit nombre  $x$ , tel que l'on peut placer deux sphères de rayon 1 dans un cube de longueur de côté  $x$ .

①

②

③



Aufgabe : 14

Team : G

Auf wie viele verschiedene Arten kann man die Zahl 2013 als Differenz zweier Quadratzahlen darstellen?

Combien de possibilités y a-t-il pour représenter le nombre 2013 par une différence de deux carrés?

①	
②	
③	



Aufgabe : 15

Team : G

Man bestimme die grösste natürliche Zahl mit verschiedenen Ziffern, die durch jede ihrer Ziffern teilbar ist.

Déterminer le plus grand nombre naturel ayant des chiffres différents qui est divisible par tous ses chiffres.

①

②

③



Aufgabe : **16**

Team : **G**

Finde alle möglichen Reste die eine Primzahl bei Division durch 30 haben kann.

Trouver tous les restes possibles de la division d'un nombre premier par 30.

①

②

③



Aufgabe : 17

Team : G

Finde eine natürliche Zahl, so dass das Produkt aller Teiler dieser Zahl (inklusive 1 und die Zahl selbst) mit genau 2013 Nullen endet?

Trouver un nombre naturel tel que le produit de tous ses diviseurs (y compris 1 et lui-même) se termine par exactement 2013 zéros.

①

②

③



Aufgabe : 18

Team : G

Die Quersumme einer Zahl  $n$  beträgt 100. Die Quersumme der Zahl  $44n$  beträgt 800. Bestimme die Quersumme der Zahl  $3n$ .

La somme des chiffres d'un nombre  $n$  vaut 100. La somme des chiffres de  $44n$  vaut 800. Trouver la somme des chiffres de  $3n$ .

①

②

③



Aufgabe : 19

Team : G

Nehme an, jedes Einheitsquadrat eines  $8 \times 8$  Bretts ist entweder schwarz oder weiss gefärbt, so dass in jedem  $2 \times 2$  Quadrat genau zwei Quadrate weiss und zwei schwarz sind. Wie viele verschiedene solche Färbungen gibt es?

Chaque carré unité d'un carré  $8 \times 8$  est soit noir soit blanc, de telle manière que dans chaque carré  $2 \times 2$ , il y ait exactement deux carrés noirs et deux carrés blancs. Combien de telles colorations existe-t-il?

①	
②	
③	



Aufgabe : 20

Team : G

Finde eine vierstellige Zahl  $n$  mit Ziffern  $a, b, c, d \in \{0, 1, \dots, 9\}$ , wobei die vorderste Ziffer  $a$  nicht 0 ist und

$$n = a^a + b^b + c^c + d^d$$

gilt.

Trouvez un nombre  $n$  à quatre chiffres  $a, b, c, d \in \{0, 1, \dots, 9\}$ , tel que le tout premier chiffre  $a$  n'est pas égal à 0 et que l'équation

$$n = a^a + b^b + c^c + d^d$$

est vérifiée.

①	
②	
③	



Aufgabe : 21

Team : G

Im Dreieck  $\triangle ABC$  schneidet die Winkelhalbierende des Winkels  $\angle ACB$  die Seite  $AB$  im Punkt  $M$  und die Winkelhalbierende des Winkels  $\angle CAB$  schneidet  $CM$  im Punkt  $T$ . Es stellt sich heraus, das  $CM$  und  $AT$  das Dreieck  $\triangle ABC$  in drei gleichschenklige Dreiecke teilen. Man bestimme die Winkel des Dreiecks  $\triangle ABC$ .

Dans le triangle  $\triangle ABC$  la bissectrice de l'angle  $\angle ACB$  coupe le côté  $AB$  en un point  $M$  et la bissectrice de l'angle  $\angle CAB$  coupe  $CM$  en un point  $T$ . Il s'avère que  $CM$  et  $AT$  séparent le triangle  $\triangle ABC$  en trois triangles isocèles. Trouver les angles du triangle  $\triangle ABC$ .

①

②

③



Aufgabe : 22

Team : G

Erfinde eine zehnstellige Zahl ohne Nullen in ihrer Darstellung mit folgender Eigenschaft: Wenn man zu dieser Zahl das Produkt der Ziffern dieser Zahl dazu zählt, bekommt man eine Zahl, bei der das Produkt der Ziffern gleich ist, wie bei der ersten Zahl.

Trouver un nombre à 10 chiffres sans zéros dans sa représentation décimale avec la propriété suivante: Si on ajoute à ce nombre le produit de ses chiffres, on obtient un nombre dont le produit des chiffres est le même que pour le premier nombre.

①	
②	
③	



Aufgabe : **23**

Team : **G**

Acht Fussball Mannschaften spielen ein Turnier, so dass zwei Mannschaften höchsten einmal gegeneinander antreten. Zudem gibt es unter je drei Mannschaften immer zwei, die nicht gegeneinander gespielt haben. Wie viele Spiele wurden höchsten gespielt?

Huit équipes de football jouent dans un tournoi, de telle manière que deux équipes jouent au plus une fois l'une contre l'autre. De plus, parmi chaque trio d'équipes, il y en a toujours deux qui ne jouent pas l'une contre l'autre. Combien de matchs sont joués au maximum?

①

②

③



Aufgabe : **24**

Team : **G**

Welches ist die minimale Anzahl Gewichte, die man braucht, um jedes Gewicht von 1g bis 100g genau abwiegen zu können, wenn man die Gewichte auf beide Seiten einer Balkenwaage legen darf?

Quel est le nombre minimal de poids dont on a besoin pour peser exactement n'importe quel poids entre 1g et 100g, si on peut poser les poids de chaque côté de la balance ?

①

②

③



Aufgabe : 25

Team : G

Zu einer natürlichen Zahl  $n$  schreibt man rechts 3 Ziffern dazu. Die neue Zahl ist die Summe aller natürlichen Zahlen von 1 bis und mit  $n$ . Bestimme  $n$ .

Pour un nombre naturel  $n$ , on rajoute à droite trois chiffres. Le nouveau nombre est la somme de tous les nombres naturels entre 1 et  $n$ . Calculer  $n$ .

①

②

③



Aufgabe : 26

Team : G

Bei einem gleichschenkligen Trapez  $ABCD$  schneiden sich die Diagonalen rechtwinklig. Die beiden parallelen Seiten haben den Abstand 7. Ermittle den Flächeninhalt des Trapezes.

Soit  $ABCD$  un trapèze isocèle dans lequel les diagonales se coupent à angle droit. Les deux côtés parallèles sont à une distance 7 l'un de l'autre. Calculer la surface du trapèze.

①	
②	
③	



Aufgabe : **27**

Team : **G**

Seien  $a, b, c$  drei natürliche Zahlen mit  $1/a + 1/b + 1/c < 1$ . Bestimme den grösstmöglichen Wert von  $1/a + 1/b + 1/c$ .

Soient  $a, b, c$  des nombres naturels avec  $1/a + 1/b + 1/c < 1$ . Calculer la plus grande valeur possible pour  $1/a + 1/b + 1/c$ .

①	
②	
③	



Aufgabe : 28

Team : G

Eine Fabrik besteht aus  $n$  Produktionshallen. Zwischen je zwei Produktionshallen existiert genau ein Förderband. Alle Förderbänder sind so konstruiert, dass sie Güter immer nur in eine Richtung transportieren können. Für welche  $n$  mit  $n > 1$  kann man eine Fabrik so bauen, dass man Güter von jeder Prdouktionshalle in jede andere über höchstens zwei Förderbänder schicken kann?

Une industrie consiste en  $n$  ateliers de production. Entre deux ateliers de production, il existe exactement un tapis roulant. Un tapis roulant transporte toujours la marchandise dans la même direction. Pour quel  $n > 1$  peut-on construire une industrie telle que l'on peut toujours envoyer des marchandises d'un atelier de production à un autre en passant par deux tapis roulants au maximum?

①	
②	
③	



Aufgabe : 29

Team : G

In einem Dreieck  $ABC$  mit  $AB = 2$  sei  $M$  der Mittelpunkt der Seite  $AB$ . Sei  $D$  ein Punkt auf der Strecke  $MC$ , sodass  $MD \cdot MC = 1$  gilt. Wie lange ist die Strecke  $BC$ , wenn  $BC = AD$  gilt?

Dans un triangle  $ABC$  avec  $AB = 2$ , soit  $M$  le point milieu du côté  $AB$ . Soit  $D$  le point sur la droite  $MC$  tel que  $MD \cdot MC = 1$ . Quelle est la longueur de  $BC$  lorsque  $BC = AD$ ?

①

②

③



Aufgabe : 30

Team : G

Finde natürliche Zahlen  $a, b, c$  und  $d$ , sodass das Produkt von je zwei verschiedenen Zahlen plus eins ein Quadrat ist.

Trouver des nombres naturels  $a, b, c$  et  $d$  tels que le produit de deux de ces nombres distincts est égal à un carré moins 1.

①

②

③



Aufgabe : **31**

Team : **G**

Auf dem SMO-Bauernhof kann man Eier entweder im 20er oder im 13er Pack kaufen.  
Was ist die grösste Anzahl Eier die man nicht exakt erwerben kann?

A la ferme OSM, on peut acheter des oeufs par boites de 20 ou de 13 pièces. Quel est le plus grand nombre d'oeufs qu'on ne peut pas acheter exactement?

①

②

③



Aufgabe : **32**

Team : **G**

Die Kanten eines Würfels werden mit den natürlichen Zahlen von 1 bis 12 durchnummieriert. Dann wird für jede Ecke die Summe der drei Zahlen ermittelt, die auf den von ihr ausgehenden Kanten stehen. Ermittle alle natürlichen Zahlen von 1 bis 12 mit folgender Eigenschaft: Ersetzt man nur diese Zahl durch 13, so gibt es eine Nummerierung der Kanten eines Würfels mit diesen zwölf Zahlen derart, dass alle acht Eckensummen gleich gross sind.

Les arrêtes d'un cube sont numérotés avec des nombres naturels de 1 à 12. On calcule alors pour chaque sommet la somme des trois nombres qui sont sur les arrêtes touchant ce sommet. Calculer tous les nombres de 1 à 12 avec la propriété suivante : Si on remplace uniquement ce nombre par 13, on obtient une numérotation des arrêtes du cube telle que les huit sommes calculées aux sommets sont égales.

①

②

③



Aufgabe : **33**

Team : **G**

Man hat 10 Gefässer mit Wasser, die  $1l, 2l, 3l, \dots, 10l$  enthalten. Man darf in einem Zug aus einem Gefäß  $A$  so viel in ein anderes Gefäß  $B$  leeren, wie im Gefäß  $B$  im Moment vorhanden ist. Alle Gefässer sind gross genug für die ganze Menge Wasser. Welches ist die maximale Anzahl Liter Wasser, die man in einem Gefäß sammeln kann?

On considère 10 seaux contenant  $1l, 2l, \dots, 10l$  d'eau respectivement. A chaque tour on a le droit de verser exactement autant d'eau d'un seau  $A$  dans un seau  $B$  que le seau  $B$  contient déjà. Tous les seaux sont assez large pour contenir toute l'eau en jeu. Quel est la quantité maximale d'eau que l'on peut mettre dans un seau?

①

②

③



Aufgabe : **34**

Team : **G**

Fülle eine  $4 \times 4$  Tabelle mit natürlichen Zahlen so aus, dass

1. Die Produkte der Zahlen in einer Zeile für alle Zeilen gleich sind.
2. Die Produkte der Zahlen in einer Spalte für alle Spalten gleich sind.
3. Alle Zahlen verschieden sind.
4. Alle Zahlen kleiner als 100 sind.

Remplir un tableau  $4 \times 4$  avec des nombres naturels de telle façon que

1. Le produit des nombres d'une ligne est le même pour chaque ligne.
2. Le produit des nombres d'une colonne est le même pour chaque colonne.
3. Tous les nombres sont différents.
4. Tous les nombres sont plus petits que 100.

①

②

③



Aufgabe : **35**

Team : **G**

Wie viele Dreiecke mit Umfang 100 und ganzzahligen Seitenlängen gibt es?

Combien de triangles existe-t-il qui sont de perimètre 100 et dont les longueurs des côtés sont des nombres entiers?

①

②

③



Aufgabe : **36**

Team : **G**

Für welche natürliche Zahlen  $n$  kann man im Term  $\pm 1^2 \pm 2^2 \pm 3^2 \pm \cdots \pm n^2$  die Zeichen + und - so setzen, dass das Ergebnis 0 ist?

Pour quel nombre naturel  $n$  peut-on placer les signes + et - dans le terme  $\pm 1^2 \pm 2^2 \pm 3^2 \pm \cdots \pm n^2$  de tel façon à ce que le résultat soit 0 ?

①

②

③



Aufgabe : **37**

Team : **G**

Wir nennen eine 10-stellige Zahl *interessant*, wenn alle ihre Ziffern verschieden sind und diese Zahl durch 11111 teilbar ist. Wie viele interessante Zahlen gibt es?

On dit qu'un nombre à 10 chiffres est *intéressant* lorsque tous ses chiffres sont différents et que ce nombre est divisible par 11111. Combien y a-t-il de nombres intéressants?

①

②

③



Aufgabe : **38**

Team : **G**

Auf wieviele Arten kann man die Ecken eines Würfels schwarz und weiss färben, sodass es eine Ebene im Raum gibt, welche durch keinen der Ecken des Würfels geht und sodass auf einer Seite der Ebene nur weisse Ecken und auf der anderen nur schwarze Ecken des Würfels liegen?

De combien de manières peut-on colorer les coins d'un dé en noir et en blanc de telle sorte qu'il existe un plan dans l'espace qui ne passe par aucun coin du dé et tel que tous les coins d'un côté du plan son blancs et tous les coins de l'autre côté du plan son noir?

①

②

③



Aufgabe : 39

Team : G

Finde alle Lösungen von  $x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x + 2 = 0$ .

Trouver toutes les solutions de  $x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x + 2 = 0$ .

①

②

③



Aufgabe : 40

Team : G

In wieviele Stücke kann man einen Donut (Torus) mit 3 geraden Schnitten maximal zerteilen?

En combien de morceaux peut-on découper un donut (tore) au maximum en utilisant trois coupes planes?

①

②

③



Aufgabe : 1

Team : H

Der 2. Februar im Jahr 2000 enthielt nur gerade Ziffern im Datum (2.2.2000). Wann war dies davor das letzte Mal vorgekommen?

La date 2.2.2000 (2 février 2000) a la particularité de n'être constituée que de chiffres pairs. Quand est-ce que ce phénomène s'est-il produit la dernière fois avant cette date.

①

②

③



Aufgabe : **2**

Team : **H**

Gesucht wird eine achtstellige Zahl, die 2 Einsen, 2 Zweien, 2 Dreien und 2 Vieren enthält. Die Einsen in dieser Zahl sind durch eine Zahl voneinander getrennt, die Zweien durch zwei Stellen, die Dreien durch drei und die Vieren durch vier Stellen.

On cherche un nombre à huit chiffres qui contient 2 fois le chiffre 1, 2 fois le chiffre 2, 2 fois le chiffre 3 et 2 fois le chiffre 4. Les 1 sont séparés par un chiffre, les 2 par 2 chiffres, les 3 par 3 chiffres et les 4 par 4 chiffres.

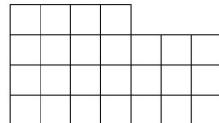
①	
②	
③	



Aufgabe : **3**

Team : **H**

Lisa hat einen Stoff wie im Bild unten. Sie möchte ihrer Katze daraus eine Decke der Grösse  $5 \times 5$  nähen. In wie viele Teile muss Lisa den Stoff dafür mindestens schneiden? (Zwei Stücke mit einem gemeinsamen Punkt sind nicht zusammenhängend).



Lisa a un morceau de tissu comme dans l'image ci-dessus. Elle aimeraient en faire une couverture de taille  $5 \times 5$  pour son chat. En combien de parties doit-elle découper le tissu pour couper le moins possible? (Deux partie qui ont uniquement un point en commun ne tiennent pas ensemble, c'est-à-dire ne forment pas un seul morceau)

①

②

③



Aufgabe : 4

Team : H

Wie viele natürliche Zahlen kleiner als 1'000'000 sind weder eine 2-te, 3-te noch 4-te Potenz. (Eine natürliche Zahl ist eine  $n$ -te Potenz falls sie von der Form  $a^n$  mit einer natürlichen Zahl  $a$  ist.)

Combien de nombre naturels inférieurs à 1'000'000 ne sont pas des 2-ème, 3-ème, ou 4-ème puissances? (On dit qu'un nombre naturel est une  $n$ -ème puissance s'il peut s'écrire  $a^n$  pour un certain naturel  $a$ .)

①

②

③



Aufgabe : 5

Team : H

Finde die kleinste natürliche Zahl  $a$ , für die gilt: Es gibt genau 11 ganze Zahlen  $s$ , für die

$$\frac{a}{75 - |s|}$$

eine natrliche Zahl ist.

Trouver le plus petit nombre naturel  $a$  qui satisfait la propriété suivante: il y a exactement 11 nombres entiers  $s$  tels que

$$\frac{a}{75 - |s|}$$

soit un nombre naturel.

①	
②	
③	



Aufgabe : **6**

Team : **H**

Ludwig soll eine runde Torte mit nur vier geraden Schnitten in möglichst viele Stücke zerschneiden. Die Stücke müssen nicht gleich groß sein. Geschnitten werden darf nur senkrecht. In wieviele Stücke kann man die Torte so maximal zerschneiden?

Ludwig doit couper un gâteau rond avec quatre coups de couteau en le plus possible de parts. Les parts n'ont pas besoin d'être de taille égale. Les coupures se font seulement verticalement. En combien de parts peut-on au maximum découper le gâteau?

①	
②	
③	



Aufgabe : 7

Team : H

Sei  $n$  eine ungerade Zahl, sodass die Summe aller geraden Zahlen zwischen 1 und  $n$  das Produkt von 79 und 80 ergibt. Finde  $n$ .

Soit  $n$  un nombre impair tel que la somme des nombres pairs entre 1 et  $n$  soit égale au produit de 79 et 80. Trouver  $n$ .

①

②

③



Aufgabe : 8

Team : H

Die positiven ganzen Zahlen 30, 72 und  $n$  haben folgende Eigenschaft: Das Produkt von je zwei dieser Zahlen ist durch die dritte teilbar. Finde das kleinste mögliche  $n$  mit dieser Eigenschaft.

Les nombres naturels 30, 72 et  $n$  ont la propriété suivante: le produit de n'importe quel deux parmi les trois nombres est divisible par le troisième. Trouver le plus petit entier naturel  $n$  qui ait cette propriété.

①	
②	
③	



Aufgabe : 9

Team : H

Im Dreieck  $\triangle ABC$  gilt  $\angle CAB = 40^\circ$ ,  $\angle ABC = 20^\circ$  und  $AB - BC = 4$ . Man bestimme die Länge der Winkelhalbierenden des Winkels  $\angle ACB$ .

Dans le triangle  $\triangle ABC$ , on a  $\angle CAB = 40^\circ$ ,  $\angle ABC = 20^\circ$  ainsi que  $AB - BC = 4$ . Déterminer la longueur de la bissectrice de l'angle  $\angle ACB$ .

①

②

③



Aufgabe : **10**

Team : **H**

Berechne die letzten drei Ziffern der Zahl  $7^{2013}$ .

Calculer les trois derniers chiffres du nombre  $7^{2013}$ .

①

②

③



Aufgabe : 11

Team : H

Finde alle reellen Lösungen  $(x, y, z)$  von

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - z(x + y) = 2, \\ y^2 + z^2 - x(y + z) = 4, \\ z^2 + x^2 - y(z + x) = 8. \end{cases} .$$

Trouver toutes les solutions réelles  $(x, y, z)$  de

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - z(x + y) = 2, \\ y^2 + z^2 - x(y + z) = 4, \\ z^2 + x^2 - y(z + x) = 8. \end{cases} .$$

①

②

③



Aufgabe : **12**

Team : **H**

Finde eine Lösung für das folgende System von Kongruenzen:

$$5x \equiv 4 \pmod{3}$$

$$7x \equiv 6 \pmod{5}$$

$$9x \equiv 8 \pmod{7}.$$

Trouver une solution du système suivant

$$5x \equiv 4 \pmod{3}$$

$$7x \equiv 6 \pmod{5}$$

$$9x \equiv 8 \pmod{7}.$$

①

②

③



Aufgabe : 13

Team : H

Bestimme die kleinste Zahl  $x$ , so dass zwei Kugeln mit Radius 1 in ein Würfel mit Seitenlänge  $x$  passen.

Déterminer le plus petit nombre  $x$ , tel que l'on peut placer deux sphères de rayon 1 dans un cube de longueur de côté  $x$ .

①

②

③



Aufgabe : **14**

Team : **H**

Auf wie viele verschiedene Arten kann man die Zahl 2013 als Differenz zweier Quadratzahlen darstellen?

Combien de possibilités y a-t-il pour représenter le nombre 2013 par une différence de deux carrés?

①	
②	
③	



Aufgabe : **15**

Team : **H**

Man bestimme die grösste natürliche Zahl mit verschiedenen Ziffern, die durch jede ihrer Ziffern teilbar ist.

Déterminer le plus grand nombre naturel ayant des chiffres différents qui est divisible par tous ses chiffres.

①

②

③



Aufgabe : **16**

Team : **H**

Finde alle möglichen Reste die eine Primzahl bei Division durch 30 haben kann.

Trouver tous les restes possibles de la division d'un nombre premier par 30.

①

②

③



Aufgabe : **17**

Team : **H**

Finde eine natürliche Zahl, so dass das Produkt aller Teiler dieser Zahl (inklusive 1 und die Zahl selbst) mit genau 2013 Nullen endet?

Trouver un nombre naturel tel que le produit de tous ses diviseurs (y compris 1 et lui-même) se termine par exactement 2013 zéros.

①

②

③



Aufgabe : 18

Team : H

Die Quersumme einer Zahl  $n$  beträgt 100. Die Quersumme der Zahl  $44n$  beträgt 800. Bestimme die Quersumme der Zahl  $3n$ .

La somme des chiffres d'un nombre  $n$  vaut 100. La somme des chiffres de  $44n$  vaut 800. Trouver la somme des chiffres de  $3n$ .

①

②

③



Aufgabe : 19

Team : H

Nehme an, jedes Einheitsquadrat eines  $8 \times 8$  Bretts ist entweder schwarz oder weiss gefärbt, so dass in jedem  $2 \times 2$  Quadrat genau zwei Quadrate weiss und zwei schwarz sind. Wie viele verschiedene solche Färbungen gibt es?

Chaque carré unité d'un carré  $8 \times 8$  est soit noir soit blanc, de telle manière que dans chaque carré  $2 \times 2$ , il y ait exactement deux carrés noirs et deux carrés blancs. Combien de telles colorations existe-t-il?

①	
②	
③	



Aufgabe : **20**

Team : **H**

Finde eine vierstellige Zahl  $n$  mit Ziffern  $a, b, c, d \in \{0, 1, \dots, 9\}$ , wobei die vorderste Ziffer  $a$  nicht 0 ist und

$$n = a^a + b^b + c^c + d^d$$

gilt.

Trouvez un nombre  $n$  à quatre chiffres  $a, b, c, d \in \{0, 1, \dots, 9\}$ , tel que le tout premier chiffre  $a$  n'est pas égal à 0 et que l'équation

$$n = a^a + b^b + c^c + d^d$$

est vérifiée.

①	
②	
③	



Aufgabe : **21**

Team : **H**

Im Dreieck  $\triangle ABC$  schneidet die Winkelhalbierende des Winkels  $\angle ACB$  die Seite  $AB$  im Punkt  $M$  und die Winkelhalbierende des Winkels  $\angle CAB$  schneidet  $CM$  im Punkt  $T$ . Es stellt sich heraus, das  $CM$  und  $AT$  das Dreieck  $\triangle ABC$  in drei gleichschenklige Dreiecke teilen. Man bestimme die Winkel des Dreiecks  $\triangle ABC$ .

Dans le triangle  $\triangle ABC$  la bissectrice de l'angle  $\angle ACB$  coupe le côté  $AB$  en un point  $M$  et la bissectrice de l'angle  $\angle CAB$  coupe  $CM$  en un point  $T$ . Il s'avère que  $CM$  et  $AT$  séparent le triangle  $\triangle ABC$  en trois triangles isocèles. Trouver les angles du triangle  $\triangle ABC$ .

①

②

③



Aufgabe : 22

Team : H

Erfinde eine zehnstellige Zahl ohne Nullen in ihrer Darstellung mit folgender Eigenschaft: Wenn man zu dieser Zahl das Produkt der Ziffern dieser Zahl dazu zählt, bekommt man eine Zahl, bei der das Produkt der Ziffern gleich ist, wie bei der ersten Zahl.

Trouver un nombre à 10 chiffres sans zéros dans sa représentation décimale avec la propriété suivante: Si on ajoute à ce nombre le produit de ses chiffres, on obtient un nombre dont le produit des chiffres est le même que pour le premier nombre.

①	
②	
③	



Aufgabe : **23**

Team : **H**

Acht Fussball Mannschaften spielen ein Turnier, so dass zwei Mannschaften höchsten einmal gegeneinander antreten. Zudem gibt es unter je drei Mannschaften immer zwei, die nicht gegeneinander gespielt haben. Wie viele Spiele wurden höchsten gespielt?

Huit équipes de football jouent dans un tournoi, de telle manière que deux équipes jouent au plus une fois l'une contre l'autre. De plus, parmi chaque trio d'équipes, il y en a toujours deux qui ne jouent pas l'une contre l'autre. Combien de matchs sont joués au maximum?

①

②

③



Aufgabe : **24**

Team : **H**

Welches ist die minimale Anzahl Gewichte, die man braucht, um jedes Gewicht von 1g bis 100g genau abwiegen zu können, wenn man die Gewichte auf beide Seiten einer Balkenwaage legen darf?

Quel est le nombre minimal de poids dont on a besoin pour peser exactement n'importe quel poids entre 1g et 100g, si on peut poser les poids de chaque côté de la balance ?

①

②

③



Aufgabe : **25**

Team : **H**

Zu einer natürlichen Zahl  $n$  schreibt man rechts 3 Ziffern dazu. Die neue Zahl ist die Summe aller natürlichen Zahlen von 1 bis und mit  $n$ . Bestimme  $n$ .

Pour un nombre naturel  $n$ , on rajoute à droite trois chiffres. Le nouveau nombre est la somme de tous les nombres naturels entre 1 et  $n$ . Calculer  $n$ .

①

②

③



Aufgabe : **26**

Team : **H**

Bei einem gleichschenkligen Trapez  $ABCD$  schneiden sich die Diagonalen rechtwinklig. Die beiden parallelen Seiten haben den Abstand 7. Ermittle den Flächeninhalt des Trapezes.

Soit  $ABCD$  un trapèze isocèle dans lequel les diagonales se coupent à angle droit. Les deux côtés parallèles sont à une distance 7 l'un de l'autre. Calculer la surface du trapèze.

①	
②	
③	



Aufgabe : **27**

Team : **H**

Seien  $a, b, c$  drei natürliche Zahlen mit  $1/a + 1/b + 1/c < 1$ . Bestimme den grösstmöglichen Wert von  $1/a + 1/b + 1/c$ .

Soient  $a, b, c$  des nombres naturels avec  $1/a + 1/b + 1/c < 1$ . Calculer la plus grande valeur possible pour  $1/a + 1/b + 1/c$ .

①

②

③



Aufgabe : 28

Team : H

Eine Fabrik besteht aus  $n$  Produktionshallen. Zwischen je zwei Produktionshallen existiert genau ein Förderband. Alle Förderbänder sind so konstruiert, dass sie Güter immer nur in eine Richtung transportieren können. Für welche  $n$  mit  $n > 1$  kann man eine Fabrik so bauen, dass man Güter von jeder Prdouktionshalle in jede andere über höchstens zwei Förderbänder schicken kann?

Une industrie consiste en  $n$  ateliers de production. Entre deux ateliers de production, il existe exactement un tapis roulant. Un tapis roulant transporte toujours la marchandise dans la même direction. Pour quel  $n > 1$  peut-on construire une industrie telle que l'on peut toujours envoyer des marchandises d'un atelier de production à un autre en passant par deux tapis roulants au maximum?

①	
②	
③	



Aufgabe : 29

Team : H

In einem Dreieck  $ABC$  mit  $AB = 2$  sei  $M$  der Mittelpunkt der Seite  $AB$ . Sei  $D$  ein Punkt auf der Strecke  $MC$ , sodass  $MD \cdot MC = 1$  gilt. Wie lange ist die Strecke  $BC$ , wenn  $BC = AD$  gilt?

Dans un triangle  $ABC$  avec  $AB = 2$ , soit  $M$  le point milieu du côté  $AB$ . Soit  $D$  le point sur la droite  $MC$  tel que  $MD \cdot MC = 1$ . Quelle est la longueur de  $BC$  lorsque  $BC = AD$ ?

①

②

③



Aufgabe : **30**

Team : **H**

Finde natürliche Zahlen  $a, b, c$  und  $d$ , sodass das Produkt von je zwei verschiedenen Zahlen plus eins ein Quadrat ist.

Trouver des nombres naturels  $a, b, c$  et  $d$  tels que le produit de deux de ces nombres distincts est égal à un carré moins 1.

①

②

③



Aufgabe : **31**

Team : **H**

Auf dem SMO-Bauernhof kann man Eier entweder im 20er oder im 13er Pack kaufen.  
Was ist die grösste Anzahl Eier die man nicht exakt erwerben kann?

A la ferme OSM, on peut acheter des oeufs par boites de 20 ou de 13 pièces. Quel est le plus grand nombre d'oeufs qu'on ne peut pas acheter exactement?

①

②

③



Aufgabe : **32**

Team : **H**

Die Kanten eines Würfels werden mit den natürlichen Zahlen von 1 bis 12 durchnummieriert. Dann wird für jede Ecke die Summe der drei Zahlen ermittelt, die auf den von ihr ausgehenden Kanten stehen. Ermittle alle natürlichen Zahlen von 1 bis 12 mit folgender Eigenschaft: Ersetzt man nur diese Zahl durch 13, so gibt es eine Nummerierung der Kanten eines Würfels mit diesen zwölf Zahlen derart, dass alle acht Eckensummen gleich gross sind.

Les arrêtes d'un cube sont numérotés avec des nombres naturels de 1 à 12. On calcule alors pour chaque sommet la somme des trois nombres qui sont sur les arrêtes touchant ce sommet. Calculer tous les nombres de 1 à 12 avec la propriété suivante : Si on remplace uniquement ce nombre par 13, on obtient une numérotation des arrêtes du cube telle que les huit sommes calculées aux sommets sont égales.

①

②

③



Aufgabe : **33**

Team : **H**

Man hat 10 Gefässer mit Wasser, die  $1l, 2l, 3l, \dots, 10l$  enthalten. Man darf in einem Zug aus einem Gefäß  $A$  so viel in ein anderes Gefäß  $B$  leeren, wie im Gefäß  $B$  im Moment vorhanden ist. Alle Gefässer sind gross genug für die ganze Menge Wasser. Welches ist die maximale Anzahl Liter Wasser, die man in einem Gefäß sammeln kann?

On considère 10 seaux contenant  $1l, 2l, \dots, 10l$  d'eau respectivement. A chaque tour on a le droit de verser exactement autant d'eau d'un seau  $A$  dans un seau  $B$  que le seau  $B$  contient déjà. Tous les seaux sont assez large pour contenir toute l'eau en jeu. Quel est la quantité maximale d'eau que l'on peut mettre dans un seau?

①

②

③



Aufgabe : **34**

Team : **H**

Fülle eine  $4 \times 4$  Tabelle mit natürlichen Zahlen so aus, dass

1. Die Produkte der Zahlen in einer Zeile für alle Zeilen gleich sind.
2. Die Produkte der Zahlen in einer Spalte für alle Spalten gleich sind.
3. Alle Zahlen verschieden sind.
4. Alle Zahlen kleiner als 100 sind.

Remplir un tableau  $4 \times 4$  avec des nombres naturels de telle façon que

1. Le produit des nombres d'une ligne est le même pour chaque ligne.
2. Le produit des nombres d'une colonne est le même pour chaque colonne.
3. Tous les nombres sont différents.
4. Tous les nombres sont plus petits que 100.

①	
②	
③	



Aufgabe : **35**

Team : **H**

Wie viele Dreiecke mit Umfang 100 und ganzzahligen Seitenlängen gibt es?

Combien de triangles existe-t-il qui sont de perimètre 100 et dont les longueurs des côtés sont des nombres entiers?

①

②

③



Aufgabe : **36**

Team : **H**

Für welche natürliche Zahlen  $n$  kann man im Term  $\pm 1^2 \pm 2^2 \pm 3^2 \pm \cdots \pm n^2$  die Zeichen + und - so setzen, dass das Ergebnis 0 ist?

Pour quel nombre naturel  $n$  peut-on placer les signes + et - dans le terme  $\pm 1^2 \pm 2^2 \pm 3^2 \pm \cdots \pm n^2$  de tel façon à ce que le résultat soit 0 ?

①

②

③



Aufgabe : **37**

Team : **H**

Wir nennen eine 10-stellige Zahl *interessant*, wenn alle ihre Ziffern verschieden sind und diese Zahl durch 11111 teilbar ist. Wie viele interessante Zahlen gibt es?

On dit qu'un nombre à 10 chiffres est *intéressant* lorsque tous ses chiffres sont différents et que ce nombre est divisible par 11111. Combien y a-t-il de nombres intéressants?

①

②

③



Aufgabe : **38**

Team : **H**

Auf wieviele Arten kann man die Ecken eines Würfels schwarz und weiss färben, sodass es eine Ebene im Raum gibt, welche durch keinen der Ecken des Würfels geht und sodass auf einer Seite der Ebene nur weisse Ecken und auf der anderen nur schwarze Ecken des Würfels liegen?

De combien de manières peut-on colorer les coins d'un dé en noir et en blanc de telle sorte qu'il existe un plan dans l'espace qui ne passe par aucun coin du dé et tel que tous les coins d'un côté du plan son blancs et tous les coins de l'autre côté du plan son noir?

①

②

③



Aufgabe : **39**

Team : **H**

Finde alle Lösungen von  $x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x + 2 = 0$ .

Trouver toutes les solutions de  $x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x + 2 = 0$ .

①

②

③



Aufgabe : 40

Team : H

In wieviele Stücke kann man einen Donut (Torus) mit 3 geraden Schnitten maximal zerteilen?

En combien de morceaux peut-on découper un donut (tore) au maximum en utilisant trois coupes planes?

①

②

③



Aufgabe : 1

Team : I

Der 2. Februar im Jahr 2000 enthielt nur gerade Ziffern im Datum (2.2.2000). Wann war dies davor das letzte Mal vorgekommen?

La date 2.2.2000 (2 février 2000) a la particularité de n'être constituée que de chiffres pairs. Quand est-ce que ce phénomène s'est-il produit la dernière fois avant cette date.

①

②

③



Aufgabe : **2**

Team : **I**

Gesucht wird eine achtstellige Zahl, die 2 Einsen, 2 Zweien, 2 Dreien und 2 Vieren enthält. Die Einsen in dieser Zahl sind durch eine Zahl voneinander getrennt, die Zweien durch zwei Stellen, die Dreien durch drei und die Vieren durch vier Stellen.

On cherche un nombre à huit chiffres qui contient 2 fois le chiffre 1, 2 fois le chiffre 2, 2 fois le chiffre 3 et 2 fois le chiffre 4. Les 1 sont séparés par un chiffre, les 2 par 2 chiffres, les 3 par 3 chiffres et les 4 par 4 chiffres.

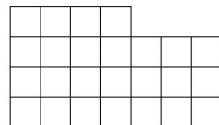
①	
②	
③	



Aufgabe : 3

Team : I

Lisa hat einen Stoff wie im Bild unten. Sie möchte ihrer Katze daraus eine Decke der Grösse  $5 \times 5$  nähen. In wie viele Teile muss Lisa den Stoff dafür mindestens schneiden? (Zwei Stücke mit einem gemeinsamen Punkt sind nicht zusammenhängend).



Lisa a un morceau de tissu comme dans l'image ci-dessus. Elle aimeraient en faire une couverture de taille  $5 \times 5$  pour son chat. En combien de parties doit-elle découper le tissu pour couper le moins possible? (Deux partie qui ont uniquement un point en commun ne tiennent pas ensemble, c'est-à-dire ne forment pas un seul morceau)

①

②

③



Aufgabe : 4

Team : I

Wie viele natürliche Zahlen kleiner als 1'000'000 sind weder eine 2-te, 3-te noch 4-te Potenz. (Eine natürliche Zahl ist eine  $n$ -te Potenz falls sie von der Form  $a^n$  mit einer natürlichen Zahl  $a$  ist.)

Combien de nombre naturels inférieurs à 1'000'000 ne sont pas des 2-ème, 3-ème, ou 4-ème puissances? (On dit qu'un nombre naturel est une  $n$ -ème puissance s'il peut s'écrire  $a^n$  pour un certain naturel  $a$ .)

①

②

③



Aufgabe : 5

Team : I

Finde die kleinste natürliche Zahl  $a$ , für die gilt: Es gibt genau 11 ganze Zahlen  $s$ , für die

$$\frac{a}{75 - |s|}$$

eine natrliche Zahl ist.

Trouver le plus petit nombre naturel  $a$  qui satisfait la propriété suivante: il y a exactement 11 nombres entiers  $s$  tels que

$$\frac{a}{75 - |s|}$$

soit un nombre naturel.

①	
②	
③	



Aufgabe : **6**

Team : **I**

Ludwig soll eine runde Torte mit nur vier geraden Schnitten in möglichst viele Stücke zerschneiden. Die Stücke müssen nicht gleich groß sein. Geschnitten werden darf nur senkrecht. In wieviele Stücke kann man die Torte so maximal zerschneiden?

Ludwig doit couper un gâteau rond avec quatre coups de couteau en le plus possible de parts. Les parts n'ont pas besoin d'être de taille égale. Les coupures se font seulement verticalement. En combien de parts peut-on au maximum découper le gâteau?

①	
②	
③	



Aufgabe : 7

Team : I

Sei  $n$  eine ungerade Zahl, sodass die Summe aller geraden Zahlen zwischen 1 und  $n$  das Produkt von 79 und 80 ergibt. Finde  $n$ .

Soit  $n$  un nombre impair tel que la somme des nombres pairs entre 1 et  $n$  soit égale au produit de 79 et 80. Trouver  $n$ .

①

②

③



Aufgabe : 8

Team : I

Die positiven ganzen Zahlen 30, 72 und  $n$  haben folgende Eigenschaft: Das Produkt von je zwei dieser Zahlen ist durch die dritte teilbar. Finde das kleinste mögliche  $n$  mit dieser Eigenschaft.

Les nombres naturels 30, 72 et  $n$  ont la propriété suivante: le produit de n'importe quel deux parmi les trois nombres est divisible par le troisième. Trouver le plus petit entier naturel  $n$  qui ait cette propriété.

①

②

③



Aufgabe : 9

Team : I

Im Dreieck  $\triangle ABC$  gilt  $\angle CAB = 40^\circ$ ,  $\angle ABC = 20^\circ$  und  $AB - BC = 4$ . Man bestimme die Länge der Winkelhalbierenden des Winkels  $\angle ACB$ .

Dans le triangle  $\triangle ABC$ , on a  $\angle CAB = 40^\circ$ ,  $\angle ABC = 20^\circ$  ainsi que  $AB - BC = 4$ . Déterminer la longueur de la bissectrice de l'angle  $\angle ACB$ .

①

②

③



Aufgabe : 10

Team : I

Berechne die letzten drei Ziffern der Zahl  $7^{2013}$ .

Calculer les trois derniers chiffres du nombre  $7^{2013}$ .

①

②

③



Aufgabe : 11

Team : I

Finde alle reellen Lösungen  $(x, y, z)$  von

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - z(x + y) = 2, \\ y^2 + z^2 - x(y + z) = 4, \\ z^2 + x^2 - y(z + x) = 8. \end{cases} .$$

Trouver toutes les solutions réelles  $(x, y, z)$  de

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - z(x + y) = 2, \\ y^2 + z^2 - x(y + z) = 4, \\ z^2 + x^2 - y(z + x) = 8. \end{cases} .$$

①

②

③



Aufgabe : 12

Team : I

Finde eine Lösung für das folgende System von Kongruenzen:

$$5x \equiv 4 \pmod{3}$$

$$7x \equiv 6 \pmod{5}$$

$$9x \equiv 8 \pmod{7}.$$

Trouver une solution du système suivant

$$5x \equiv 4 \pmod{3}$$

$$7x \equiv 6 \pmod{5}$$

$$9x \equiv 8 \pmod{7}.$$

①

②

③



Aufgabe : 13

Team : I

Bestimme die kleinste Zahl  $x$ , so dass zwei Kugeln mit Radius 1 in ein Würfel mit Seitenlänge  $x$  passen.

Déterminer le plus petit nombre  $x$ , tel que l'on peut placer deux sphères de rayon 1 dans un cube de longueur de côté  $x$ .

①

②

③



Aufgabe : 14

Team : I

Auf wie viele verschiedene Arten kann man die Zahl 2013 als Differenz zweier Quadratzahlen darstellen?

Combien de possibilités y a-t-il pour représenter le nombre 2013 par une différence de deux carrés?

①	
②	
③	



Aufgabe : 15

Team : I

Man bestimme die grösste natürliche Zahl mit verschiedenen Ziffern, die durch jede ihrer Ziffern teilbar ist.

Déterminer le plus grand nombre naturel ayant des chiffres différents qui est divisible par tous ses chiffres.

①

②

③



Aufgabe : **16**

Team : **I**

Finde alle möglichen Reste die eine Primzahl bei Division durch 30 haben kann.

Trouver tous les restes possibles de la division d'un nombre premier par 30.

①

②

③



Aufgabe : 17

Team : I

Finde eine natürliche Zahl, so dass das Produkt aller Teiler dieser Zahl (inklusive 1 und die Zahl selbst) mit genau 2013 Nullen endet?

Trouver un nombre naturel tel que le produit de tous ses diviseurs (y compris 1 et lui-même) se termine par exactement 2013 zéros.

①

②

③



Aufgabe : 18

Team : I

Die Quersumme einer Zahl  $n$  beträgt 100. Die Quersumme der Zahl  $44n$  beträgt 800. Bestimme die Quersumme der Zahl  $3n$ .

La somme des chiffres d'un nombre  $n$  vaut 100. La somme des chiffres de  $44n$  vaut 800. Trouver la somme des chiffres de  $3n$ .

①

②

③



Aufgabe : 19

Team : I

Nehme an, jedes Einheitsquadrat eines  $8 \times 8$  Bretts ist entweder schwarz oder weiss gefärbt, so dass in jedem  $2 \times 2$  Quadrat genau zwei Quadrate weiss und zwei schwarz sind. Wie viele verschiedene solche Färbungen gibt es?

Chaque carré unité d'un carré  $8 \times 8$  est soit noir soit blanc, de telle manière que dans chaque carré  $2 \times 2$ , il y ait exactement deux carrés noirs et deux carrés blancs. Combien de telles colorations existe-t-il?

①

②

③



Aufgabe : 20

Team : I

Finde eine vierstellige Zahl  $n$  mit Ziffern  $a, b, c, d \in \{0, 1, \dots, 9\}$ , wobei die vorderste Ziffer  $a$  nicht 0 ist und

$$n = a^a + b^b + c^c + d^d$$

gilt.

Trouvez un nombre  $n$  à quatre chiffres  $a, b, c, d \in \{0, 1, \dots, 9\}$ , tel que le tout premier chiffre  $a$  n'est pas égal à 0 et que l'équation

$$n = a^a + b^b + c^c + d^d$$

est vérifiée.

①	
②	
③	



Aufgabe : 21

Team : I

Im Dreieck  $\triangle ABC$  schneidet die Winkelhalbierende des Winkels  $\angle ACB$  die Seite  $AB$  im Punkt  $M$  und die Winkelhalbierende des Winkels  $\angle CAB$  schneidet  $CM$  im Punkt  $T$ . Es stellt sich heraus, dass  $CM$  und  $AT$  das Dreieck  $\triangle ABC$  in drei gleichschenklige Dreiecke teilen. Man bestimme die Winkel des Dreiecks  $\triangle ABC$ .

Dans le triangle  $\triangle ABC$  la bissectrice de l'angle  $\angle ACB$  coupe le côté  $AB$  en un point  $M$  et la bissectrice de l'angle  $\angle CAB$  coupe  $CM$  en un point  $T$ . Il s'avère que  $CM$  et  $AT$  séparent le triangle  $\triangle ABC$  en trois triangles isocèles. Trouver les angles du triangle  $\triangle ABC$ .

①

②

③



Aufgabe : 22

Team : I

Erfinde eine zehnstellige Zahl ohne Nullen in ihrer Darstellung mit folgender Eigenschaft: Wenn man zu dieser Zahl das Produkt der Ziffern dieser Zahl dazu zählt, bekommt man eine Zahl, bei der das Produkt der Ziffern gleich ist, wie bei der ersten Zahl.

Trouver un nombre à 10 chiffres sans zéros dans sa représentation décimale avec la propriété suivante: Si on ajoute à ce nombre le produit de ses chiffres, on obtient un nombre dont le produit des chiffres est le même que pour le premier nombre.

①	
②	
③	



Aufgabe : 23

Team : I

Acht Fussball Mannschaften spielen ein Turnier, so dass zwei Mannschaften höchsten einmal gegeneinander antreten. Zudem gibt es unter je drei Mannschaften immer zwei, die nicht gegeneinander gespielt haben. Wie viele Spiele wurden höchsten gespielt?

Huit équipes de football jouent dans un tournoi, de telle manière que deux équipes jouent au plus une fois l'une contre l'autre. De plus, parmi chaque trio d'équipes, il y en a toujours deux qui ne jouent pas l'une contre l'autre. Combien de matchs sont joués au maximum?

①

②

③



Aufgabe : **24**

Team : **I**

Welches ist die minimale Anzahl Gewichte, die man braucht, um jedes Gewicht von 1g bis 100g genau abwiegen zu können, wenn man die Gewichte auf beide Seiten einer Balkenwaage legen darf?

Quel est le nombre minimal de poids dont on a besoin pour peser exactement n'importe quel poids entre 1g et 100g, si on peut poser les poids de chaque côté de la balance ?

①

②

③



Aufgabe : 25

Team : I

Zu einer natürlichen Zahl  $n$  schreibt man rechts 3 Ziffern dazu. Die neue Zahl ist die Summe aller natürlichen Zahlen von 1 bis und mit  $n$ . Bestimme  $n$ .

Pour un nombre naturel  $n$ , on rajoute à droite trois chiffres. Le nouveau nombre est la somme de tous les nombres naturels entre 1 et  $n$ . Calculer  $n$ .

①

②

③



Aufgabe : 26

Team : I

Bei einem gleichschenkligen Trapez  $ABCD$  schneiden sich die Diagonalen rechtwinklig. Die beiden parallelen Seiten haben den Abstand 7. Ermittle den Flächeninhalt des Trapezes.

Soit  $ABCD$  un trapèze isocèle dans lequel les diagonales se coupent à angle droit. Les deux côtés parallèles sont à une distance 7 l'un de l'autre. Calculer la surface du trapèze.

①	
②	
③	



Aufgabe : **27**

Team : **I**

Seien  $a, b, c$  drei natürliche Zahlen mit  $1/a + 1/b + 1/c < 1$ . Bestimme den grösstmöglichen Wert von  $1/a + 1/b + 1/c$ .

Soient  $a, b, c$  des nombres naturels avec  $1/a + 1/b + 1/c < 1$ . Calculer la plus grande valeur possible pour  $1/a + 1/b + 1/c$ .

①

②

③



Aufgabe : 28

Team : I

Eine Fabrik besteht aus  $n$  Produktionshallen. Zwischen je zwei Produktionshallen existiert genau ein Förderband. Alle Förderbänder sind so konstruiert, dass sie Güter immer nur in eine Richtung transportieren können. Für welche  $n$  mit  $n > 1$  kann man eine Fabrik so bauen, dass man Güter von jeder Prdouktionshalle in jede andere über höchstens zwei Förderbänder schicken kann?

Une industrie consiste en  $n$  ateliers de production. Entre deux ateliers de production, il existe exactement un tapis roulant. Un tapis roulant transporte toujours la marchandise dans la même direction. Pour quel  $n > 1$  peut-on construire une industrie telle que l'on peut toujours envoyer des marchandises d'un atelier de production à un autre en passant par deux tapis roulants au maximum?

①	
②	
③	



Aufgabe : 29

Team : I

In einem Dreieck  $ABC$  mit  $AB = 2$  sei  $M$  der Mittelpunkt der Seite  $AB$ . Sei  $D$  ein Punkt auf der Strecke  $MC$ , sodass  $MD \cdot MC = 1$  gilt. Wie lange ist die Strecke  $BC$ , wenn  $BC = AD$  gilt?

Dans un triangle  $ABC$  avec  $AB = 2$ , soit  $M$  le point milieu du côté  $AB$ . Soit  $D$  le point sur la droite  $MC$  tel que  $MD \cdot MC = 1$ . Quelle est la longueur de  $BC$  lorsque  $BC = AD$ ?

①

②

③



Aufgabe : 30

Team : I

Finde natürliche Zahlen  $a, b, c$  und  $d$ , sodass das Produkt von je zwei verschiedenen Zahlen plus eins ein Quadrat ist.

Trouver des nombres naturels  $a, b, c$  et  $d$  tels que le produit de deux de ces nombres distincts est égal à un carré moins 1.

①

②

③



Aufgabe : **31**

Team : **I**

Auf dem SMO-Bauernhof kann man Eier entweder im 20er oder im 13er Pack kaufen.  
Was ist die grösste Anzahl Eier die man nicht exakt erwerben kann?

A la ferme OSM, on peut acheter des oeufs par boites de 20 ou de 13 pièces. Quel est le plus grand nombre d'oeufs qu'on ne peut pas acheter exactement?

①

②

③



Aufgabe : **32**

Team : **I**

Die Kanten eines Würfels werden mit den natürlichen Zahlen von 1 bis 12 durchnummieriert. Dann wird für jede Ecke die Summe der drei Zahlen ermittelt, die auf den von ihr ausgehenden Kanten stehen. Ermittle alle natürlichen Zahlen von 1 bis 12 mit folgender Eigenschaft: Ersetzt man nur diese Zahl durch 13, so gibt es eine Nummerierung der Kanten eines Würfels mit diesen zwölf Zahlen derart, dass alle acht Eckensummen gleich gross sind.

Les arrêtes d'un cube sont numérotés avec des nombres naturels de 1 à 12. On calcule alors pour chaque sommet la somme des trois nombres qui sont sur les arrêtes touchant ce sommet. Calculer tous les nombres de 1 à 12 avec la propriété suivante : Si on remplace uniquement ce nombre par 13, on obtient une numérotation des arrêtes du cube telle que les huit sommes calculées aux sommets sont égales.

①

②

③



Aufgabe : **33**

Team : **I**

Man hat 10 Gefässer mit Wasser, die  $1l, 2l, 3l, \dots, 10l$  enthalten. Man darf in einem Zug aus einem Gefäß  $A$  so viel in ein anderes Gefäß  $B$  leeren, wie im Gefäß  $B$  im Moment vorhanden ist. Alle Gefässer sind gross genug für die ganze Menge Wasser. Welches ist die maximale Anzahl Liter Wasser, die man in einem Gefäß sammeln kann?

On considère 10 seaux contenant  $1l, 2l, \dots, 10l$  d'eau respectivement. A chaque tour on a le droit de verser exactement autant d'eau d'un seau  $A$  dans un seau  $B$  que le seau  $B$  contient déjà. Tous les seaux sont assez large pour contenir toute l'eau en jeu. Quel est la quantité maximale d'eau que l'on peut mettre dans un seau?

①

②

③



Aufgabe : **34**

Team : **I**

Fülle eine  $4 \times 4$  Tabelle mit natürlichen Zahlen so aus, dass

1. Die Produkte der Zahlen in einer Zeile für alle Zeilen gleich sind.
2. Die Produkte der Zahlen in einer Spalte für alle Spalten gleich sind.
3. Alle Zahlen verschieden sind.
4. Alle Zahlen kleiner als 100 sind.

Remplir un tableau  $4 \times 4$  avec des nombres naturels de telle façon que

1. Le produit des nombres d'une ligne est le même pour chaque ligne.
2. Le produit des nombres d'une colonne est le même pour chaque colonne.
3. Tous les nombres sont différents.
4. Tous les nombres sont plus petits que 100.

①	
②	
③	



Aufgabe : **35**

Team : **I**

Wie viele Dreiecke mit Umfang 100 und ganzzahligen Seitenlängen gibt es?

Combien de triangles existe-t-il qui sont de perimètre 100 et dont les longueurs des côtés sont des nombres entiers?

①

②

③



Aufgabe : **36**

Team : **I**

Für welche natürliche Zahlen  $n$  kann man im Term  $\pm 1^2 \pm 2^2 \pm 3^2 \pm \cdots \pm n^2$  die Zeichen + und - so setzen, dass das Ergebnis 0 ist?

Pour quel nombre naturel  $n$  peut-on placer les signes + et - dans le terme  $\pm 1^2 \pm 2^2 \pm 3^2 \pm \cdots \pm n^2$  de tel façon à ce que le résultat soit 0 ?

①

②

③



Aufgabe : **37**

Team : **I**

Wir nennen eine 10-stellige Zahl *interessant*, wenn alle ihre Ziffern verschieden sind und diese Zahl durch 11111 teilbar ist. Wie viele interessante Zahlen gibt es?

On dit qu'un nombre à 10 chiffres est *intéressant* lorsque tous ses chiffres sont différents et que ce nombre est divisible par 11111. Combien y a-t-il de nombres intéressants?

①

②

③



Aufgabe : 38

Team : I

Auf wieviele Arten kann man die Ecken eines Würfels schwarz und weiss färben, sodass es eine Ebene im Raum gibt, welche durch keinen der Ecken des Würfels geht und sodass auf einer Seite der Ebene nur weisse Ecken und auf der anderen nur schwarze Ecken des Würfels liegen?

De combien de manières peut-on colorer les coins d'un dé en noir et en blanc de telle sorte qu'il existe un plan dans l'espace qui ne passe par aucun coin du dé et tel que tous les coins d'un côté du plan son blancs et tous les coins de l'autre côté du plan son noir?

①

②

③



Aufgabe : 39

Team : I

Finde alle Lösungen von  $x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x + 2 = 0$ .

Trouver toutes les solutions de  $x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x + 2 = 0$ .

①

②

③



Aufgabe : 40

Team : I

In wieviele Stücke kann man einen Donut (Torus) mit 3 geraden Schnitten maximal zerteilen?

En combien de morceaux peut-on découper un donut (tore) au maximum en utilisant trois coupes planes?

①

②

③



Aufgabe : 1

Team : J

Der 2. Februar im Jahr 2000 enthielt nur gerade Ziffern im Datum (2.2.2000). Wann war dies davor das letzte Mal vorgekommen?

La date 2.2.2000 (2 février 2000) a la particularité de n'être constituée que de chiffres pairs. Quand est-ce que ce phénomène s'est-il produit la dernière fois avant cette date.

①

②

③



Aufgabe : **2**

Team : **J**

Gesucht wird eine achtstellige Zahl, die 2 Einsen, 2 Zweien, 2 Dreien und 2 Vieren enthält. Die Einsen in dieser Zahl sind durch eine Zahl voneinander getrennt, die Zweien durch zwei Stellen, die Dreien durch drei und die Vieren durch vier Stellen.

On cherche un nombre à huit chiffres qui contient 2 fois le chiffre 1, 2 fois le chiffre 2, 2 fois le chiffre 3 et 2 fois le chiffre 4. Les 1 sont séparés par un chiffre, les 2 par 2 chiffres, les 3 par 3 chiffres et les 4 par 4 chiffres.

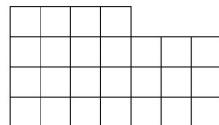
①	
②	
③	



Aufgabe : **3**

Team : **J**

Lisa hat einen Stoff wie im Bild unten. Sie möchte ihrer Katze daraus eine Decke der Grösse  $5 \times 5$  nähen. In wie viele Teile muss Lisa den Stoff dafür mindestens schneiden? (Zwei Stücke mit einem gemeinsamen Punkt sind nicht zusammenhängend).



Lisa a un morceau de tissu comme dans l'image ci-dessus. Elle aimerait en faire une couverture de taille  $5 \times 5$  pour son chat. En combien de parties doit-elle découper le tissu pour couper le moins possible? (Deux partie qui ont uniquement un point en commun ne tiennent pas ensemble, c'est-à-dire ne forment pas un seul morceau)

①

②

③



Aufgabe : 4

Team : J

Wie viele natürliche Zahlen kleiner als 1'000'000 sind weder eine 2-te, 3-te noch 4-te Potenz. (Eine natürliche Zahl ist eine  $n$ -te Potenz falls sie von der Form  $a^n$  mit einer natürlichen Zahl  $a$  ist.)

Combien de nombre naturels inférieurs à 1'000'000 ne sont pas des 2-ème, 3-ème, ou 4-ème puissances? (On dit qu'un nombre naturel est une  $n$ -ème puissance s'il peut s'écrire  $a^n$  pour un certain naturel  $a$ .)

①

②

③



Aufgabe : 5

Team : J

Finde die kleinste natürliche Zahl  $a$ , für die gilt: Es gibt genau 11 ganze Zahlen  $s$ , für die

$$\frac{a}{75 - |s|}$$

eine natrliche Zahl ist.

Trouver le plus petit nombre naturel  $a$  qui satisfait la propriété suivante: il y a exactement 11 nombres entiers  $s$  tels que

$$\frac{a}{75 - |s|}$$

soit un nombre naturel.

①	
②	
③	



Aufgabe : **6**

Team : **J**

Ludwig soll eine runde Torte mit nur vier geraden Schnitten in möglichst viele Stücke zerschneiden. Die Stücke müssen nicht gleich groß sein. Geschnitten werden darf nur senkrecht. In wieviele Stücke kann man die Torte so maximal zerschneiden?

Ludwig doit couper un gâteau rond avec quatre coups de couteau en le plus possible de parts. Les parts n'ont pas besoin d'être de taille égale. Les coupures se font seulement verticalement. En combien de parts peut-on au maximum découper le gâteau?

①

②

③



Aufgabe : 7

Team : J

Sei  $n$  eine ungerade Zahl, sodass die Summe aller geraden Zahlen zwischen 1 und  $n$  das Produkt von 79 und 80 ergibt. Finde  $n$ .

Soit  $n$  un nombre impair tel que la somme des nombres pairs entre 1 et  $n$  soit égale au produit de 79 et 80. Trouver  $n$ .

①

②

③



Aufgabe : 8

Team : J

Die positiven ganzen Zahlen 30, 72 und  $n$  haben folgende Eigenschaft: Das Produkt von je zwei dieser Zahlen ist durch die dritte teilbar. Finde das kleinste mögliche  $n$  mit dieser Eigenschaft.

Les nombres naturels 30, 72 et  $n$  ont la propriété suivante: le produit de n'importe quel deux parmi les trois nombres est divisible par le troisième. Trouver le plus petit entier naturel  $n$  qui ait cette propriété.

①

②

③



Aufgabe : 9

Team : J

Im Dreieck  $\triangle ABC$  gilt  $\angle CAB = 40^\circ$ ,  $\angle ABC = 20^\circ$  und  $AB - BC = 4$ . Man bestimme die Länge der Winkelhalbierenden des Winkels  $\angle ACB$ .

Dans le triangle  $\triangle ABC$ , on a  $\angle CAB = 40^\circ$ ,  $\angle ABC = 20^\circ$  ainsi que  $AB - BC = 4$ . Déterminer la longueur de la bissectrice de l'angle  $\angle ACB$ .

①

②

③



Aufgabe : 10

Team : J

Berechne die letzten drei Ziffern der Zahl  $7^{2013}$ .

Calculer les trois derniers chiffres du nombre  $7^{2013}$ .

①

②

③



Aufgabe : 11

Team : J

Finde alle reellen Lösungen  $(x, y, z)$  von

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - z(x + y) = 2, \\ y^2 + z^2 - x(y + z) = 4, \\ z^2 + x^2 - y(z + x) = 8. \end{cases} .$$

Trouver toutes les solutions réelles  $(x, y, z)$  de

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - z(x + y) = 2, \\ y^2 + z^2 - x(y + z) = 4, \\ z^2 + x^2 - y(z + x) = 8. \end{cases} .$$

①

②

③



Aufgabe : 12

Team : J

Finde eine Lösung für das folgende System von Kongruenzen:

$$5x \equiv 4 \pmod{3}$$

$$7x \equiv 6 \pmod{5}$$

$$9x \equiv 8 \pmod{7}.$$

Trouver une solution du système suivant

$$5x \equiv 4 \pmod{3}$$

$$7x \equiv 6 \pmod{5}$$

$$9x \equiv 8 \pmod{7}.$$

①

②

③



Aufgabe : 13

Team : J

Bestimme die kleinste Zahl  $x$ , so dass zwei Kugeln mit Radius 1 in ein Würfel mit Seitenlänge  $x$  passen.

Déterminer le plus petit nombre  $x$ , tel que l'on peut placer deux sphères de rayon 1 dans un cube de longueur de côté  $x$ .

①

②

③



Aufgabe : 14

Team : J

Auf wie viele verschiedene Arten kann man die Zahl 2013 als Differenz zweier Quadratzahlen darstellen?

Combien de possibilités y a-t-il pour représenter le nombre 2013 par une différence de deux carrés?

①	
②	
③	



Aufgabe : 15

Team : J

Man bestimme die grösste natürliche Zahl mit verschiedenen Ziffern, die durch jede ihrer Ziffern teilbar ist.

Déterminer le plus grand nombre naturel ayant des chiffres différents qui est divisible par tous ses chiffres.

①

②

③



Aufgabe : **16**

Team : **J**

Finde alle möglichen Reste die eine Primzahl bei Division durch 30 haben kann.

Trouver tous les restes possibles de la division d'un nombre premier par 30.

①

②

③



Aufgabe : 17

Team : J

Finde eine natürliche Zahl, so dass das Produkt aller Teiler dieser Zahl (inklusive 1 und die Zahl selbst) mit genau 2013 Nullen endet?

Trouver un nombre naturel tel que le produit de tous ses diviseurs (y compris 1 et lui-même) se termine par exactement 2013 zéros.

①

②

③



Aufgabe : 18

Team : J

Die Quersumme einer Zahl  $n$  beträgt 100. Die Quersumme der Zahl  $44n$  beträgt 800. Bestimme die Quersumme der Zahl  $3n$ .

La somme des chiffres d'un nombre  $n$  vaut 100. La somme des chiffres de  $44n$  vaut 800. Trouver la somme des chiffres de  $3n$ .

①

②

③



Aufgabe : 19

Team : J

Nehme an, jedes Einheitsquadrat eines  $8 \times 8$  Bretts ist entweder schwarz oder weiss gefärbt, so dass in jedem  $2 \times 2$  Quadrat genau zwei Quadrate weiss und zwei schwarz sind. Wie viele verschiedene solche Färbungen gibt es?

Chaque carré unité d'un carré  $8 \times 8$  est soit noir soit blanc, de telle manière que dans chaque carré  $2 \times 2$ , il y ait exactement deux carrés noirs et deux carrés blancs. Combien de telles colorations existe-t-il?

①

②

③



Aufgabe : **20**

Team : **J**

Finde eine vierstellige Zahl  $n$  mit Ziffern  $a, b, c, d \in \{0, 1, \dots, 9\}$ , wobei die vorderste Ziffer  $a$  nicht 0 ist und

$$n = a^a + b^b + c^c + d^d$$

gilt.

Trouvez un nombre  $n$  à quatre chiffres  $a, b, c, d \in \{0, 1, \dots, 9\}$ , tel que le tout premier chiffre  $a$  n'est pas égal à 0 et que l'équation

$$n = a^a + b^b + c^c + d^d$$

est vérifiée.

①	
②	
③	



Aufgabe : 21

Team : J

Im Dreieck  $\triangle ABC$  schneidet die Winkelhalbierende des Winkels  $\angle ACB$  die Seite  $AB$  im Punkt  $M$  und die Winkelhalbierende des Winkels  $\angle CAB$  schneidet  $CM$  im Punkt  $T$ . Es stellt sich heraus, dass  $CM$  und  $AT$  das Dreieck  $\triangle ABC$  in drei gleichschenklige Dreiecke teilen. Man bestimme die Winkel des Dreiecks  $\triangle ABC$ .

Dans le triangle  $\triangle ABC$  la bissectrice de l'angle  $\angle ACB$  coupe le côté  $AB$  en un point  $M$  et la bissectrice de l'angle  $\angle CAB$  coupe  $CM$  en un point  $T$ . Il s'avère que  $CM$  et  $AT$  séparent le triangle  $\triangle ABC$  en trois triangles isocèles. Trouver les angles du triangle  $\triangle ABC$ .

①

②

③



Aufgabe : 22

Team : J

Erfinde eine zehnstellige Zahl ohne Nullen in ihrer Darstellung mit folgender Eigenschaft: Wenn man zu dieser Zahl das Produkt der Ziffern dieser Zahl dazu zählt, bekommt man eine Zahl, bei der das Produkt der Ziffern gleich ist, wie bei der ersten Zahl.

Trouver un nombre à 10 chiffres sans zéros dans sa représentation décimale avec la propriété suivante: Si on ajoute à ce nombre le produit de ses chiffres, on obtient un nombre dont le produit des chiffres est le même que pour le premier nombre.

①	
②	
③	



Aufgabe : **23**

Team : **J**

Acht Fussball Mannschaften spielen ein Turnier, so dass zwei Mannschaften höchsten einmal gegeneinander antreten. Zudem gibt es unter je drei Mannschaften immer zwei, die nicht gegeneinander gespielt haben. Wie viele Spiele wurden höchsten gespielt?

Huit équipes de football jouent dans un tournoi, de telle manière que deux équipes jouent au plus une fois l'une contre l'autre. De plus, parmi chaque trio d'équipes, il y en a toujours deux qui ne jouent pas l'une contre l'autre. Combien de matchs sont joués au maximum?

①

②

③



Aufgabe : **24**

Team : **J**

Welches ist die minimale Anzahl Gewichte, die man braucht, um jedes Gewicht von 1g bis 100g genau abwiegen zu können, wenn man die Gewichte auf beide Seiten einer Balkenwaage legen darf?

Quel est le nombre minimal de poids dont on a besoin pour peser exactement n'importe quel poids entre 1g et 100g, si on peut poser les poids de chaque côté de la balance ?

①

②

③



Aufgabe : **25**

Team : **J**

Zu einer natürlichen Zahl  $n$  schreibt man rechts 3 Ziffern dazu. Die neue Zahl ist die Summe aller natürlichen Zahlen von 1 bis und mit  $n$ . Bestimme  $n$ .

Pour un nombre naturel  $n$ , on rajoute à droite trois chiffres. Le nouveau nombre est la somme de tous les nombres naturels entre 1 et  $n$ . Calculer  $n$ .

①

②

③



Aufgabe : 26

Team : J

Bei einem gleichschenkligen Trapez  $ABCD$  schneiden sich die Diagonalen rechtwinklig. Die beiden parallelen Seiten haben den Abstand 7. Ermittle den Flächeninhalt des Trapezes.

Soit  $ABCD$  un trapèze isocèle dans lequel les diagonales se coupent à angle droit. Les deux côtés parallèles sont à une distance 7 l'un de l'autre. Calculer la surface du trapèze.

①	
②	
③	



Aufgabe : **27**

Team : **J**

Seien  $a, b, c$  drei natürliche Zahlen mit  $1/a + 1/b + 1/c < 1$ . Bestimme den grösstmöglichen Wert von  $1/a + 1/b + 1/c$ .

Soient  $a, b, c$  des nombres naturels avec  $1/a + 1/b + 1/c < 1$ . Calculer la plus grande valeur possible pour  $1/a + 1/b + 1/c$ .

①

②

③



Aufgabe : 28

Team : J

Eine Fabrik besteht aus  $n$  Produktionshallen. Zwischen je zwei Produktionshallen existiert genau ein Förderband. Alle Förderbänder sind so konstruiert, dass sie Güter immer nur in eine Richtung transportieren können. Für welche  $n$  mit  $n > 1$  kann man eine Fabrik so bauen, dass man Güter von jeder Prdouktionshalle in jede andere über höchstens zwei Förderbänder schicken kann?

Une industrie consiste en  $n$  ateliers de production. Entre deux ateliers de production, il existe exactement un tapis roulant. Un tapis roulant transporte toujours la marchandise dans la même direction. Pour quel  $n > 1$  peut-on construire une industrie telle que l'on peut toujours envoyer des marchandises d'un atelier de production à un autre en passant par deux tapis roulants au maximum?

①	
②	
③	



Aufgabe : 29

Team : J

In einem Dreieck  $ABC$  mit  $AB = 2$  sei  $M$  der Mittelpunkt der Seite  $AB$ . Sei  $D$  ein Punkt auf der Strecke  $MC$ , sodass  $MD \cdot MC = 1$  gilt. Wie lange ist die Strecke  $BC$ , wenn  $BC = AD$  gilt?

Dans un triangle  $ABC$  avec  $AB = 2$ , soit  $M$  le point milieu du côté  $AB$ . Soit  $D$  le point sur la droite  $MC$  tel que  $MD \cdot MC = 1$ . Quelle est la longueur de  $BC$  lorsque  $BC = AD$ ?

①

②

③



Aufgabe : 30

Team : J

Finde natürliche Zahlen  $a, b, c$  und  $d$ , sodass das Produkt von je zwei verschiedenen Zahlen plus eins ein Quadrat ist.

Trouver des nombres naturels  $a, b, c$  et  $d$  tels que le produit de deux de ces nombres distincts est égal à un carré moins 1.

①

②

③



Aufgabe : **31**

Team : **J**

Auf dem SMO-Bauernhof kann man Eier entweder im 20er oder im 13er Pack kaufen.  
Was ist die grösste Anzahl Eier die man nicht exakt erwerben kann?

A la ferme OSM, on peut acheter des oeufs par boites de 20 ou de 13 pièces. Quel est le plus grand nombre d'oeufs qu'on ne peut pas acheter exactement?

①

②

③



Aufgabe : **32**

Team : **J**

Die Kanten eines Würfels werden mit den natürlichen Zahlen von 1 bis 12 durchnummieriert. Dann wird für jede Ecke die Summe der drei Zahlen ermittelt, die auf den von ihr ausgehenden Kanten stehen. Ermittle alle natürlichen Zahlen von 1 bis 12 mit folgender Eigenschaft: Ersetzt man nur diese Zahl durch 13, so gibt es eine Nummerierung der Kanten eines Würfels mit diesen zwölf Zahlen derart, dass alle acht Eckensummen gleich gross sind.

Les arrêtes d'un cube sont numérotés avec des nombres naturels de 1 à 12. On calcule alors pour chaque sommet la somme des trois nombres qui sont sur les arrêtes touchant ce sommet. Calculer tous les nombres de 1 à 12 avec la propriété suivante : Si on remplace uniquement ce nombre par 13, on obtient une numérotation des arrêtes du cube telle que les huit sommes calculées aux sommets sont égales.

①	
②	
③	



Aufgabe : **33**

Team : **J**

Man hat 10 Gefässer mit Wasser, die  $1l, 2l, 3l, \dots, 10l$  enthalten. Man darf in einem Zug aus einem Gefäß  $A$  so viel in ein anderes Gefäß  $B$  leeren, wie im Gefäß  $B$  im Moment vorhanden ist. Alle Gefässer sind gross genug für die ganze Menge Wasser. Welches ist die maximale Anzahl Liter Wasser, die man in einem Gefäß sammeln kann?

On considère 10 seaux contenant  $1l, 2l, \dots, 10l$  d'eau respectivement. A chaque tour on a le droit de verser exactement autant d'eau d'un seau  $A$  dans un seau  $B$  que le seau  $B$  contient déjà. Tous les seaux sont assez large pour contenir toute l'eau en jeu. Quel est la quantité maximale d'eau que l'on peut mettre dans un seau?

①

②

③



Aufgabe : **34**

Team : **J**

Fülle eine  $4 \times 4$  Tabelle mit natürlichen Zahlen so aus, dass

1. Die Produkte der Zahlen in einer Zeile für alle Zeilen gleich sind.
2. Die Produkte der Zahlen in einer Spalte für alle Spalten gleich sind.
3. Alle Zahlen verschieden sind.
4. Alle Zahlen kleiner als 100 sind.

Remplir un tableau  $4 \times 4$  avec des nombres naturels de telle façon que

1. Le produit des nombres d'une ligne est le même pour chaque ligne.
2. Le produit des nombres d'une colonne est le même pour chaque colonne.
3. Tous les nombres sont différents.
4. Tous les nombres sont plus petits que 100.

①	
②	
③	



Aufgabe : **35**

Team : **J**

Wie viele Dreiecke mit Umfang 100 und ganzzahligen Seitenlängen gibt es?

Combien de triangles existe-t-il qui sont de perimètre 100 et dont les longueurs des côtés sont des nombres entiers?

①

②

③



Aufgabe : **36**

Team : **J**

Für welche natürliche Zahlen  $n$  kann man im Term  $\pm 1^2 \pm 2^2 \pm 3^2 \pm \cdots \pm n^2$  die Zeichen + und - so setzen, dass das Ergebnis 0 ist?

Pour quel nombre naturel  $n$  peut-on placer les signes + et - dans le terme  $\pm 1^2 \pm 2^2 \pm 3^2 \pm \cdots \pm n^2$  de tel façon à ce que le résultat soit 0 ?

①

②

③



Aufgabe : **37**

Team : **J**

Wir nennen eine 10-stellige Zahl *interessant*, wenn alle ihre Ziffern verschieden sind und diese Zahl durch 11111 teilbar ist. Wie viele interessante Zahlen gibt es?

On dit qu'un nombre à 10 chiffres est *intéressant* lorsque tous ses chiffres sont différents et que ce nombre est divisible par 11111. Combien y a-t-il de nombres intéressants?

①

②

③



Aufgabe : **38**

Team : **J**

Auf wieviele Arten kann man die Ecken eines Würfels schwarz und weiss färben, sodass es eine Ebene im Raum gibt, welche durch keinen der Ecken des Würfels geht und sodass auf einer Seite der Ebene nur weisse Ecken und auf der anderen nur schwarze Ecken des Würfels liegen?

De combien de manières peut-on colorer les coins d'un dé en noir et en blanc de telle sorte qu'il existe un plan dans l'espace qui ne passe par aucun coin du dé et tel que tous les coins d'un côté du plan son blancs et tous les coins de l'autre côté du plan son noir?

①

②

③



Aufgabe : **39**

Team : **J**

Finde alle Lösungen von  $x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x + 2 = 0$ .

Trouver toutes les solutions de  $x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x + 2 = 0$ .

①

②

③



Aufgabe : 40

Team : J

In wieviele Stücke kann man einen Donut (Torus) mit 3 geraden Schnitten maximal zerteilen?

En combien de morceaux peut-on découper un donut (tore) au maximum en utilisant trois coupes planes?

①

②

③



Aufgabe : 1

Team : K

Der 2. Februar im Jahr 2000 enthielt nur gerade Ziffern im Datum (2.2.2000). Wann war dies davor das letzte Mal vorgekommen?

La date 2.2.2000 (2 février 2000) a la particularité de n'être constituée que de chiffres pairs. Quand est-ce que ce phénomène s'est-il produit la dernière fois avant cette date.

①

②

③



Aufgabe : **2**

Team : **K**

Gesucht wird eine achtstellige Zahl, die 2 Einsen, 2 Zweien, 2 Dreien und 2 Vieren enthält. Die Einsen in dieser Zahl sind durch eine Zahl voneinander getrennt, die Zweien durch zwei Stellen, die Dreien durch drei und die Vieren durch vier Stellen.

On cherche un nombre à huit chiffres qui contient 2 fois le chiffre 1, 2 fois le chiffre 2, 2 fois le chiffre 3 et 2 fois le chiffre 4. Les 1 sont séparés par un chiffre, les 2 par 2 chiffres, les 3 par 3 chiffres et les 4 par 4 chiffres.

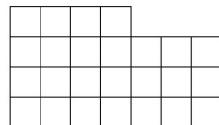
①	
②	
③	



Aufgabe : **3**

Team : **K**

Lisa hat einen Stoff wie im Bild unten. Sie möchte ihrer Katze daraus eine Decke der Grösse  $5 \times 5$  nähen. In wie viele Teile muss Lisa den Stoff dafür mindestens schneiden? (Zwei Stücke mit einem gemeinsamen Punkt sind nicht zusammenhängend).



Lisa a un morceau de tissu comme dans l'image ci-dessus. Elle aimeraient en faire une couverture de taille  $5 \times 5$  pour son chat. En combien de parties doit-elle découper le tissu pour couper le moins possible? (Deux partie qui ont uniquement un point en commun ne tiennent pas ensemble, c'est-à-dire ne forment pas un seul morceau)

①

②

③



Aufgabe : 4

Team : K

Wie viele natürliche Zahlen kleiner als 1'000'000 sind weder eine 2-te, 3-te noch 4-te Potenz. (Eine natürliche Zahl ist eine  $n$ -te Potenz falls sie von der Form  $a^n$  mit einer natürlichen Zahl  $a$  ist.)

Combien de nombre naturels inférieurs à 1'000'000 ne sont pas des 2-ème, 3-ème, ou 4-ème puissances? (On dit qu'un nombre naturel est une  $n$ -ème puissance s'il peut s'écrire  $a^n$  pour un certain naturel  $a$ .)

①

②

③



Aufgabe : 5

Team : K

Finde die kleinste natürliche Zahl  $a$ , für die gilt: Es gibt genau 11 ganze Zahlen  $s$ , für die

$$\frac{a}{75 - |s|}$$

eine natrliche Zahl ist.

Trouver le plus petit nombre naturel  $a$  qui satisfait la propriété suivante: il y a exactement 11 nombres entiers  $s$  tels que

$$\frac{a}{75 - |s|}$$

soit un nombre naturel.

①	
②	
③	



Aufgabe : **6**

Team : **K**

Ludwig soll eine runde Torte mit nur vier geraden Schnitten in möglichst viele Stücke zerschneiden. Die Stücke müssen nicht gleich groß sein. Geschnitten werden darf nur senkrecht. In wieviele Stücke kann man die Torte so maximal zerschneiden?

Ludwig doit couper un gâteau rond avec quatre coups de couteau en le plus possible de parts. Les parts n'ont pas besoin d'être de taille égale. Les coupures se font seulement verticalement. En combien de parts peut-on au maximum découper le gâteau?

①	
②	
③	



Aufgabe : 7

Team : K

Sei  $n$  eine ungerade Zahl, sodass die Summe aller geraden Zahlen zwischen 1 und  $n$  das Produkt von 79 und 80 ergibt. Finde  $n$ .

Soit  $n$  un nombre impair tel que la somme des nombres pairs entre 1 et  $n$  soit égale au produit de 79 et 80. Trouver  $n$ .

①

②

③



Aufgabe : 8

Team : K

Die positiven ganzen Zahlen 30, 72 und  $n$  haben folgende Eigenschaft: Das Produkt von je zwei dieser Zahlen ist durch die dritte teilbar. Finde das kleinste mögliche  $n$  mit dieser Eigenschaft.

Les nombres naturels 30, 72 et  $n$  ont la propriété suivante: le produit de n'importe quel deux parmi les trois nombres est divisible par le troisième. Trouver le plus petit entier naturel  $n$  qui ait cette propriété.

①

②

③



Aufgabe : **9**

Team : **K**

Im Dreieck  $\triangle ABC$  gilt  $\angle CAB = 40^\circ$ ,  $\angle ABC = 20^\circ$  und  $AB - BC = 4$ . Man bestimme die Länge der Winkelhalbierenden des Winkels  $\angle ACB$ .

Dans le triangle  $\triangle ABC$ , on a  $\angle CAB = 40^\circ$ ,  $\angle ABC = 20^\circ$  ainsi que  $AB - BC = 4$ . Déterminer la longueur de la bissectrice de l'angle  $\angle ACB$ .

①

②

③



Aufgabe : 10

Team : K

Berechne die letzten drei Ziffern der Zahl  $7^{2013}$ .

Calculer les trois derniers chiffres du nombre  $7^{2013}$ .

①

②

③



Aufgabe : 11

Team : K

Finde alle reellen Lösungen  $(x, y, z)$  von

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - z(x + y) = 2, \\ y^2 + z^2 - x(y + z) = 4, \\ z^2 + x^2 - y(z + x) = 8. \end{cases} .$$

Trouver toutes les solutions réelles  $(x, y, z)$  de

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - z(x + y) = 2, \\ y^2 + z^2 - x(y + z) = 4, \\ z^2 + x^2 - y(z + x) = 8. \end{cases} .$$

①

②

③



Aufgabe : **12**

Team : **K**

Finde eine Lösung für das folgende System von Kongruenzen:

$$5x \equiv 4 \pmod{3}$$

$$7x \equiv 6 \pmod{5}$$

$$9x \equiv 8 \pmod{7}.$$

Trouver une solution du système suivant

$$5x \equiv 4 \pmod{3}$$

$$7x \equiv 6 \pmod{5}$$

$$9x \equiv 8 \pmod{7}.$$

①

②

③



Aufgabe : 13

Team : K

Bestimme die kleinste Zahl  $x$ , so dass zwei Kugeln mit Radius 1 in ein Würfel mit Seitenlänge  $x$  passen.

Déterminer le plus petit nombre  $x$ , tel que l'on peut placer deux sphères de rayon 1 dans un cube de longueur de côté  $x$ .

①

②

③



Aufgabe : **14**

Team : **K**

Auf wie viele verschiedene Arten kann man die Zahl 2013 als Differenz zweier Quadratzahlen darstellen?

Combien de possibilités y a-t-il pour représenter le nombre 2013 par une différence de deux carrés?

①	
②	
③	



Aufgabe : **15**

Team : **K**

Man bestimme die grösste natürliche Zahl mit verschiedenen Ziffern, die durch jede ihrer Ziffern teilbar ist.

Déterminer le plus grand nombre naturel ayant des chiffres différents qui est divisible par tous ses chiffres.

①

②

③



Aufgabe : **16**

Team : **K**

Finde alle möglichen Reste die eine Primzahl bei Division durch 30 haben kann.

Trouver tous les restes possibles de la division d'un nombre premier par 30.

①

②

③



Aufgabe : **17**

Team : **K**

Finde eine natürliche Zahl, so dass das Produkt aller Teiler dieser Zahl (inklusive 1 und die Zahl selbst) mit genau 2013 Nullen endet?

Trouver un nombre naturel tel que le produit de tous ses diviseurs (y compris 1 et lui-même) se termine par exactement 2013 zéros.

①

②

③



Aufgabe : 18

Team : K

Die Quersumme einer Zahl  $n$  beträgt 100. Die Quersumme der Zahl  $44n$  beträgt 800. Bestimme die Quersumme der Zahl  $3n$ .

La somme des chiffres d'un nombre  $n$  vaut 100. La somme des chiffres de  $44n$  vaut 800. Trouver la somme des chiffres de  $3n$ .

①

②

③



Aufgabe : 19

Team : K

Nehme an, jedes Einheitsquadrat eines  $8 \times 8$  Bretts ist entweder schwarz oder weiss gefärbt, so dass in jedem  $2 \times 2$  Quadrat genau zwei Quadrate weiss und zwei schwarz sind. Wie viele verschiedene solche Färbungen gibt es?

Chaque carré unité d'un carré  $8 \times 8$  est soit noir soit blanc, de telle manière que dans chaque carré  $2 \times 2$ , il y ait exactement deux carrés noirs et deux carrés blancs. Combien de telles colorations existe-t-il?

①

②

③



Aufgabe : **20**

Team : **K**

Finde eine vierstellige Zahl  $n$  mit Ziffern  $a, b, c, d \in \{0, 1, \dots, 9\}$ , wobei die vorderste Ziffer  $a$  nicht 0 ist und

$$n = a^a + b^b + c^c + d^d$$

gilt.

Trouvez un nombre  $n$  à quatre chiffres  $a, b, c, d \in \{0, 1, \dots, 9\}$ , tel que le tout premier chiffre  $a$  n'est pas égal à 0 et que l'équation

$$n = a^a + b^b + c^c + d^d$$

est vérifiée.

①	
②	
③	



Aufgabe : **21**

Team : **K**

Im Dreieck  $\triangle ABC$  schneidet die Winkelhalbierende des Winkels  $\angle ACB$  die Seite  $AB$  im Punkt  $M$  und die Winkelhalbierende des Winkels  $\angle CAB$  schneidet  $CM$  im Punkt  $T$ . Es stellt sich heraus, das  $CM$  und  $AT$  das Dreieck  $\triangle ABC$  in drei gleichschenklige Dreiecke teilen. Man bestimme die Winkel des Dreiecks  $\triangle ABC$ .

Dans le triangle  $\triangle ABC$  la bissectrice de l'angle  $\angle ACB$  coupe le côté  $AB$  en un point  $M$  et la bissectrice de l'angle  $\angle CAB$  coupe  $CM$  en un point  $T$ . Il s'avère que  $CM$  et  $AT$  séparent le triangle  $\triangle ABC$  en trois triangles isocèles. Trouver les angles du triangle  $\triangle ABC$ .

①

②

③



Aufgabe : 22

Team : K

Erfinde eine zehnstellige Zahl ohne Nullen in ihrer Darstellung mit folgender Eigenschaft: Wenn man zu dieser Zahl das Produkt der Ziffern dieser Zahl dazu zählt, bekommt man eine Zahl, bei der das Produkt der Ziffern gleich ist, wie bei der ersten Zahl.

Trouver un nombre à 10 chiffres sans zéros dans sa représentation décimale avec la propriété suivante: Si on ajoute à ce nombre le produit de ses chiffres, on obtient un nombre dont le produit des chiffres est le même que pour le premier nombre.

①	
②	
③	



Aufgabe : **23**

Team : **K**

Acht Fussball Mannschaften spielen ein Turnier, so dass zwei Mannschaften höchsten einmal gegeneinander antreten. Zudem gibt es unter je drei Mannschaften immer zwei, die nicht gegeneinander gespielt haben. Wie viele Spiele wurden höchsten gespielt?

Huit équipes de football jouent dans un tournoi, de telle manière que deux équipes jouent au plus une fois l'une contre l'autre. De plus, parmi chaque trio d'équipes, il y en a toujours deux qui ne jouent pas l'une contre l'autre. Combien de matchs sont joués au maximum?

①

②

③



Aufgabe : **24**

Team : **K**

Welches ist die minimale Anzahl Gewichte, die man braucht, um jedes Gewicht von 1g bis 100g genau abwiegen zu können, wenn man die Gewichte auf beide Seiten einer Balkenwaage legen darf?

Quel est le nombre minimal de poids dont on a besoin pour peser exactement n'importe quel poids entre 1g et 100g, si on peut poser les poids de chaque côté de la balance ?

①

②

③



Aufgabe : **25**

Team : **K**

Zu einer natürlichen Zahl  $n$  schreibt man rechts 3 Ziffern dazu. Die neue Zahl ist die Summe aller natürlichen Zahlen von 1 bis und mit  $n$ . Bestimme  $n$ .

Pour un nombre naturel  $n$ , on rajoute à droite trois chiffres. Le nouveau nombre est la somme de tous les nombres naturels entre 1 et  $n$ . Calculer  $n$ .

①

②

③



Aufgabe : **26**

Team : **K**

Bei einem gleichschenkligen Trapez  $ABCD$  schneiden sich die Diagonalen rechtwinklig. Die beiden parallelen Seiten haben den Abstand 7. Ermittle den Flächeninhalt des Trapezes.

Soit  $ABCD$  un trapèze isocèle dans lequel les diagonales se coupent à angle droit. Les deux côtés parallèles sont à une distance 7 l'un de l'autre. Calculer la surface du trapèze.

①	
②	
③	



Aufgabe : **27**

Team : **K**

Seien  $a, b, c$  drei natürliche Zahlen mit  $1/a + 1/b + 1/c < 1$ . Bestimme den grösstmöglichen Wert von  $1/a + 1/b + 1/c$ .

Soient  $a, b, c$  des nombres naturels avec  $1/a + 1/b + 1/c < 1$ . Calculer la plus grande valeur possible pour  $1/a + 1/b + 1/c$ .

①	
②	
③	



Aufgabe : 28

Team : K

Eine Fabrik besteht aus  $n$  Produktionshallen. Zwischen je zwei Produktionshallen existiert genau ein Förderband. Alle Förderbänder sind so konstruiert, dass sie Güter immer nur in eine Richtung transportieren können. Für welche  $n$  mit  $n > 1$  kann man eine Fabrik so bauen, dass man Güter von jeder Prdouktionshalle in jede andere über höchstens zwei Förderbänder schicken kann?

Une industrie consiste en  $n$  ateliers de production. Entre deux ateliers de production, il existe exactement un tapis roulant. Un tapis roulant transporte toujours la marchandise dans la même direction. Pour quel  $n > 1$  peut-on construire une industrie telle que l'on peut toujours envoyer des marchandises d'un atelier de production à un autre en passant par deux tapis roulants au maximum?

①	
②	
③	



Aufgabe : 29

Team : K

In einem Dreieck  $ABC$  mit  $AB = 2$  sei  $M$  der Mittelpunkt der Seite  $AB$ . Sei  $D$  ein Punkt auf der Strecke  $MC$ , sodass  $MD \cdot MC = 1$  gilt. Wie lange ist die Strecke  $BC$ , wenn  $BC = AD$  gilt?

Dans un triangle  $ABC$  avec  $AB = 2$ , soit  $M$  le point milieu du côté  $AB$ . Soit  $D$  le point sur la droite  $MC$  tel que  $MD \cdot MC = 1$ . Quelle est la longueur de  $BC$  lorsque  $BC = AD$ ?

①

②

③



Aufgabe : **30**

Team : **K**

Finde natürliche Zahlen  $a, b, c$  und  $d$ , sodass das Produkt von je zwei verschiedenen Zahlen plus eins ein Quadrat ist.

Trouver des nombres naturels  $a, b, c$  et  $d$  tels que le produit de deux de ces nombres distincts est égal à un carré moins 1.

①

②

③



Aufgabe : **31**

Team : **K**

Auf dem SMO-Bauernhof kann man Eier entweder im 20er oder im 13er Pack kaufen.  
Was ist die grösste Anzahl Eier die man nicht exakt erwerben kann?

A la ferme OSM, on peut acheter des oeufs par boites de 20 ou de 13 pièces. Quel est le plus grand nombre d'oeufs qu'on ne peut pas acheter exactement?

①

②

③



Aufgabe : **32**

Team : **K**

Die Kanten eines Würfels werden mit den natürlichen Zahlen von 1 bis 12 durchnummieriert. Dann wird für jede Ecke die Summe der drei Zahlen ermittelt, die auf den von ihr ausgehenden Kanten stehen. Ermittle alle natürlichen Zahlen von 1 bis 12 mit folgender Eigenschaft: Ersetzt man nur diese Zahl durch 13, so gibt es eine Nummerierung der Kanten eines Würfels mit diesen zwölf Zahlen derart, dass alle acht Eckensummen gleich gross sind.

Les arrêtes d'un cube sont numérotés avec des nombres naturels de 1 à 12. On calcule alors pour chaque sommet la somme des trois nombres qui sont sur les arrêtes touchant ce sommet. Calculer tous les nombres de 1 à 12 avec la propriété suivante : Si on remplace uniquement ce nombre par 13, on obtient une numérotation des arrêtes du cube telle que les huit sommes calculées aux sommets sont égales.

①	
②	
③	



Aufgabe : **33**

Team : **K**

Man hat 10 Gefässer mit Wasser, die  $1l, 2l, 3l, \dots, 10l$  enthalten. Man darf in einem Zug aus einem Gefäß  $A$  so viel in ein anderes Gefäß  $B$  leeren, wie im Gefäß  $B$  im Moment vorhanden ist. Alle Gefässer sind gross genug für die ganze Menge Wasser. Welches ist die maximale Anzahl Liter Wasser, die man in einem Gefäß sammeln kann?

On considère 10 seaux contenant  $1l, 2l, \dots, 10l$  d'eau respectivement. A chaque tour on a le droit de verser exactement autant d'eau d'un seau  $A$  dans un seau  $B$  que le seau  $B$  contient déjà. Tous les seaux sont assez large pour contenir toute l'eau en jeu. Quel est la quantité maximale d'eau que l'on peut mettre dans un seau?

①

②

③



Aufgabe : **34**

Team : **K**

Fülle eine  $4 \times 4$  Tabelle mit natürlichen Zahlen so aus, dass

1. Die Produkte der Zahlen in einer Zeile für alle Zeilen gleich sind.
2. Die Produkte der Zahlen in einer Spalte für alle Spalten gleich sind.
3. Alle Zahlen verschieden sind.
4. Alle Zahlen kleiner als 100 sind.

Remplir un tableau  $4 \times 4$  avec des nombres naturels de telle façon que

1. Le produit des nombres d'une ligne est le même pour chaque ligne.
2. Le produit des nombres d'une colonne est le même pour chaque colonne.
3. Tous les nombres sont différents.
4. Tous les nombres sont plus petits que 100.

①	
②	
③	



Aufgabe : **35**

Team : **K**

Wie viele Dreiecke mit Umfang 100 und ganzzahligen Seitenlängen gibt es?

Combien de triangles existe-t-il qui sont de perimètre 100 et dont les longueurs des côtés sont des nombres entiers?

①

②

③



Aufgabe : **36**

Team : **K**

Für welche natürliche Zahlen  $n$  kann man im Term  $\pm 1^2 \pm 2^2 \pm 3^2 \pm \cdots \pm n^2$  die Zeichen + und - so setzen, dass das Ergebnis 0 ist?

Pour quel nombre naturel  $n$  peut-on placer les signes + et - dans le terme  $\pm 1^2 \pm 2^2 \pm 3^2 \pm \cdots \pm n^2$  de tel façon à ce que le résultat soit 0 ?

①

②

③



Aufgabe : **37**

Team : **K**

Wir nennen eine 10-stellige Zahl *interessant*, wenn alle ihre Ziffern verschieden sind und diese Zahl durch 11111 teilbar ist. Wie viele interessante Zahlen gibt es?

On dit qu'un nombre à 10 chiffres est *intéressant* lorsque tous ses chiffres sont différents et que ce nombre est divisible par 11111. Combien y a-t-il de nombres intéressants?

①

②

③



Aufgabe : **38**

Team : **K**

Auf wieviele Arten kann man die Ecken eines Würfels schwarz und weiss färben, sodass es eine Ebene im Raum gibt, welche durch keinen der Ecken des Würfels geht und sodass auf einer Seite der Ebene nur weisse Ecken und auf der anderen nur schwarze Ecken des Würfels liegen?

De combien de manières peut-on colorer les coins d'un dé en noir et en blanc de telle sorte qu'il existe un plan dans l'espace qui ne passe par aucun coin du dé et tel que tous les coins d'un côté du plan son blancs et tous les coins de l'autre côté du plan son noir?

①

②

③



Aufgabe : **39**

Team : **K**

Finde alle Lösungen von  $x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x + 2 = 0$ .

Trouver toutes les solutions de  $x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x + 2 = 0$ .

①

②

③



Aufgabe : 40

Team : K

In wieviele Stücke kann man einen Donut (Torus) mit 3 geraden Schnitten maximal zerteilen?

En combien de morceaux peut-on découper un donut (tore) au maximum en utilisant trois coupes planes?

①

②

③